

Desenvolvimento de um método para a detecção e determinação da localização de dano em estruturas

Carlos Henrique Fonseca dos Santos

Dissertação apresentada para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica, pela Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Orientador: Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida

Co-orientador: Prof. Doutor António Paulo Vale Urgueira

Monte da Caparica

Dezembro de 2009

Aos meus **pais** por todo o apoio carinho e incentivo que sempre me deram;

Ao meu irmão **Felipe**, porque sempre esteve ao meu lado e por todo o seu apoio;

A **Cláudia**, por me ter ajudado a superar todas as dificuldades e por todo o seu apoio;

Aos meus **amigos** por toda a amizade e apoio que demonstraram.

Agradecimentos

É com enorme prazer e satisfação que consegui terminar esta fase tão importante da minha vida, tão desesperadamente ambicionada. É neste momento que se pára para reflectir e pensar em todas as dificuldades e barreiras que tiveram que ser ultrapassadas, mas acima de tudo o importante foi não desistir e continuar em frente. Contudo, torna-se importante referir todos aqueles que de certa forma contribuíram para a minha formação, seria praticamente impossível referir todas essas pessoas, no entanto queria deixar uma nota especial de agradecimento a todos os colegas, amigos e docentes que tornaram essa realidade possível. Também não poderia deixar de referir o quanto estou grato a esta instituição que me acolheu e financiou o meu trabalho, a Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, que durante estes anos contribuíram para a minha formação, pelo apoio e condições que me disponibilizou.

Queria fazer um agradecimento muito especial as duas pessoas que sempre acreditaram em mim desde do primeiro dia, que sempre se disponibilizaram para me ajudar e que me deram todo o necessário apoio para atingir este objectivo. Essas duas pessoas são os meus orientadores, O Prof. Doutor António Paulo Vale Urgueira e a Prof. Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida. Para eles a minha mais profunda gratidão e admiração. Não podia deixar de agradecer a um professores que desde do inicio se disponibilizou para me ajudar, o Prof. Doutor João Mário Burguete Cardoso, pelo seu apoio e colaboração.

A um amigo em especial, Dr. José Martins, pelo seu incentivo atenção e apoio que sempre esteve disposto a me disponibilizar durante todos estes anos. Pelos seus conselhos que durante esta etapa da minha vida muito contribuíram para a minha formação e que me ajudaram a tornar na pessoa que hoje sou. Para ele o meu enorme agradecimento.

À minha família, em especial aos meus pais, por terem suportado todos os meus maus momentos de humor, por todo o apoio que se disponibilizaram a dar, por todo a carinho e compreensão que sempre me deram. Não me podia esquecer do meu mano que sempre esteve ao meu lado. Para eles deixo aqui o meu mais profundo agradecimento.

Não podia deixar de agradecer a uma pessoa muito especial que desde o primeiro dia esteve sempre ao meu lado, nos bons e nos maus momentos, sempre prestativa e disposta a ajudar, demonstrando sempre um enorme incentivo e compreensão que muito me ajudou para ultrapassar os momentos menos bons. Essa pessoa é a Cláudia, para ela, um enorme agradecimento.

*Na vida todos aprendemos com todos e o nosso objectivo deve ser sempre a
perfeição.*

Resumo

As estruturas, de um modo geral, sofrem durante a sua vida útil processos de deterioração que lhe podem provocar danos, que dependendo da sua intensidade, podem afectar a sua capacidade de carga e desempenho, comprometendo a sua segurança. Desta forma torna-se necessário desenvolver um método capaz de avaliar as condições da estrutura de modo a identificar a possível existência de dano e a sua localização. O dano presente numa estrutura, normalmente caracteriza-se por uma perda de rigidez localizada, produzindo alterações nas características dinâmicas da mesma, podendo estas ser constatadas através da observação das Funções de Resposta em Frequência (FRF). Deste modo, pensa-se ser possível utilizar as FRFs para identificar e localizar o dano. Neste trabalho apresenta-se um estudo em que se desenvolveu um método capaz de identificar a existência de dano e de determinar a sua localização em sistemas discretos e contínuos com pouco amortecimento.

Este trabalho cobre tanto os aspectos teóricos como os aspectos experimentais. Partindo do conceito de transmissibilidade de sistemas com um grau de liberdade, pretende-se fazer a extensão do conceito para sistemas com múltiplos graus de liberdade. Neste trabalho foram realizadas várias simulações numéricas com o objectivo de comprovar a eficiência do método proposto e todas as condições necessárias para a sua aplicabilidade. Após a realização do estudo numérico foram realizados ensaios experimentais numa estrutura especialmente concebida para o efeito, pretendendo-se com isto a confirmação de todas as conclusões retiradas do estudo numérico, bem como a observação de possíveis limitações da metodologia, quando aplicada a casos reais.

Palavras-chave: Sistema de Massas discretas, Funções de Resposta em Frequência (FRFs), Transmissibilidade, Indicador de Dano.

Abstract

Generally the structures suffer, during its lifetime, deteriorating processes that may affect the carrying capacity and their performance and, depending on their intensity, may even compromise its security. Thus, it is necessary to develop a method capable of evaluating the conditions of the structure in order to identify the possible existence of damage and its location. The damage in structures is usually characterized by a localized loss of stiffness, resulting in changes in its dynamic characteristics, as it is the case of the Frequency Response Function (FRF). Thus, it is possible to identify and locate the damage by using FRF information. In this work it is presented a method, based on the concept of transmissibility that allows the identification of damage and can also determine its location in discrete and continuous systems, with negligible damping.

This work covers both theoretical and experimental fields. Based on the concept of transmissibility of systems with one degree of freedom it is extended to systems with multiple degrees of freedom. This work carried out several numerical simulations in order to assess the efficiency of the method proposed and all necessary conditions for its applicability. After the numerical tests, an experimental test was performed in a structure specially designed for this fact. The idea is to confirm that all the conclusions drawn from the numerical study, and the observation of possible limitations of the methodology, can be applied in real cases.

Keywords: System of discrete masses, Frequency Response Function (FRFs) Transmissibility, Damage Indicator.

Índice

| | |
|--|----|
| Capítulo 1 | 1 |
| 1.1 Introdução | 2 |
| 1.2 Objectivos | 4 |
| 1.3 Revisão Bibliográfica | 5 |
| 1.4 Estrutura da Tese | 8 |
| Capítulo 2 | 9 |
| 2.1 Introdução | 10 |
| 2.2 Conceito de transmissibilidade para Sistemas com 1 GDL | 10 |
| 2.3 Conceito de transmissibilidade para Sistemas MDOF..... | 12 |
| 2.3.1 Conceito de Transmissibilidade associado à Matriz de Receptância | 12 |
| 2.3.2 Conceito de Transmissibilidade associado à Matriz de Rigidez..... | 13 |
| 2.3.3 Propriedades da Matriz de Transmissibilidade Identificadas | 14 |
| Capítulo 3 | 15 |
| 3.1 Introdução | 16 |
| 3.2 Características do Modelo Teórico Original | 16 |
| 3.3 Características dos Modelos com Dano | 17 |
| 3.4 Programas de Simulação Numérica | 19 |
| 3.5 Identificação e Localização do Dano | 19 |
| 3.5.1 Estrutura com 1 Dano..... | 19 |
| 3.5.2 Estrutura com 2 Danos | 41 |
| 3.6 Discussão dos Resultados | 67 |
| Capítulo 4 | 68 |
| 4.1 Introdução | 69 |
| 4.2 Características do Modelo Experimental Original | 69 |
| 4.3 Modelo Experimental com Danos | 70 |
| 4.4 Sistemas de Aquisição e Medição de Dados e Programas Numéricos | 71 |
| 4.4.1 Sistema de Aquisição e Medição de Dados | 71 |
| 4.4.2 Dificuldades Sentidas na Obtenção de Dados Experimentais | 73 |
| 4.4.3 Programas Numéricos | 74 |
| 4.5 Identificação e Localização do Dano | 74 |
| 4.5.1 Estrutura com 1 Dano..... | 74 |

| | | |
|------------|--------------------------------------|-----|
| 4.5.2 | Estrutura com 2 Danos | 93 |
| 4.6 | Discussão dos Resultados | 107 |
| Capítulo 5 | | 108 |
| 5.1 | Conclusões Gerais | 109 |
| 5.2 | Sugestão para Trabalhos Futuros..... | 110 |
| | Referencias Bibliograficas..... | 111 |
| Anexo A | | 112 |
| Anexo B | | 169 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1.1 – Esquema dos métodos não destrutivos de detecção de dano | 5 |
| Figura 2.1 – Forças resultantes no corpo livre devido ao movimento da base | 10 |
| Figura 3.1 – Modelo Original | 17 |
| Figura 3.2 – Modelo com 1 Dano | 19 |
| Figura 3.3 – Modelo com 2 Danos..... | 19 |
| Figura 3.4 – <i>Indicado de Norma (IN)</i> calculado para o Modelo Original e para o Modelo Original com 1 Dano | 21 |
| Figura 3.5 – Ensaio n.º 1 | 22 |
| Figura 3.6 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 23 |
| Figura 3.7 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 23 |
| Figura 3.8 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 23 |
| Figura 3.9 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 23 |
| Figura 3.10 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 23 |
| Figura 3.11 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 23 |
| Figura 3.12 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 23 |
| Figura 3.13 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 23 |
| Figura 3.14 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 23 |
| Figura 3.15 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 24 |
| Figura 3.16 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 24 |
| Figura 3.17 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 24 |
| Figura 3.18 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 24 |
| Figura 3.19 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 24 |
| Figura 3.20 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 24 |
| Figura 3.21 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 24 |
| Figura 3.22 – Resultados do Ensaio n.º1 | 25 |
| Figura 3.23 – Modelo com localização mais provável do dano | 25 |
| Figura 3.24 – Ensaio n.º 2 | 26 |
| Figura 3.25 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 27 |
| Figura 3.26 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 27 |
| Figura 3.27 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 27 |
| Figura 3.28 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 27 |
| Figura 3.29 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 27 |
| Figura 3.30 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 27 |
| Figura 3.31 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 27 |
| Figura 3.32 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 27 |
| Figura 3.33 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 27 |
| Figura 3.34 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 28 |
| Figura 3.35 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 28 |
| Figura 3.36 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 28 |
| Figura 3.37 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 28 |
| Figura 3.38 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 28 |
| Figura 3.39 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 28 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.40 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 28 |
| Figura 3.41 – Resultados do Ensaio n.º2 | 29 |
| Figura 3.42 – Modelo com localização mais provável do dano | 29 |
| Figura 3.43 – Ensaio n.º 3 | 30 |
| Figura 3.44 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 31 |
| Figura 3.45 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 31 |
| Figura 3.46 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 31 |
| Figura 3.47 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 31 |
| Figura 3.48 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 31 |
| Figura 3.49 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 31 |
| Figura 3.50 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 31 |
| Figura 3.51 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 31 |
| Figura 3.52 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 31 |
| Figura 3.53 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 32 |
| Figura 3.54 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 32 |
| Figura 3.55 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 32 |
| Figura 3.56 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 32 |
| Figura 3.57 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 32 |
| Figura 3.58 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 32 |
| Figura 3.59 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 32 |
| Figura 3.60 – Resultados do Ensaio n.º3 | 33 |
| Figura 3.61 – Modelo com localização mais provável do dano | 33 |
| Figura 3.62 – Ensaio n.º 4 | 33 |
| Figura 3.63 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 35 |
| Figura 3.64 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 35 |
| Figura 3.65 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 35 |
| Figura 3.66 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 35 |
| Figura 3.67 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 35 |
| Figura 3.68 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 35 |
| Figura 3.69 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 35 |
| Figura 3.70 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 35 |
| Figura 3.71 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 35 |
| Figura 3.72 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 36 |
| Figura 3.73 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 36 |
| Figura 3.74 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 36 |
| Figura 3.75 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 36 |
| Figura 3.76 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 36 |
| Figura 3.77 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 36 |
| Figura 3.78 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 36 |
| Figura 3.79 – Resultados do Ensaio n.º4 | 37 |
| Figura 3.80 – Modelo com localização mais provável do dano | 37 |
| Figura 3.81 – Ensaio n.º 5 | 38 |
| Figura 3.82 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 39 |
| Figura 3.83 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 39 |
| Figura 3.84 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 39 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.85 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 39 |
| Figura 3.86 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 39 |
| Figura 3.87 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 39 |
| Figura 3.88 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 39 |
| Figura 3.89 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 39 |
| Figura 3.90 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 39 |
| Figura 3.91 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 40 |
| Figura 3.92 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 40 |
| Figura 3.93 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 40 |
| Figura 3.94 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 40 |
| Figura 3.95 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 40 |
| Figura 3.96 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 40 |
| Figura 3.97 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 40 |
| Figura 3.98 – Resultados do Ensaio n.º5 | 41 |
| Figura 3.99 – Modelo com localização mais provável do dano | 41 |
| Figura 3.100 – <i>Indicador de Norma (IN)</i> calculado para o Modelo Original e para o Modelo Original com 2 Danos | 42 |
| Figura 3.101 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 43 |
| Figura 3.102 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 43 |
| Figura 3.103 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 43 |
| Figura 3.104 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 44 |
| Figura 3.105 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 44 |
| Figura 3.106 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 44 |
| Figura 3.107 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 44 |
| Figura 3.108 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 44 |
| Figura 3.109 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 44 |
| Figura 3.110 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 44 |
| Figura 3.111 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 44 |
| Figura 3.112 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 44 |
| Figura 3.113 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 45 |
| Figura 3.114 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 45 |
| Figura 3.115 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 45 |
| Figura 3.116 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 45 |
| Figura 3.117 – Resultados do Ensaio n.º1 | 46 |
| Figura 3.118 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 45 |
| Figura 3.119 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 47 |
| Figura 3.120 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 47 |
| Figura 3.121 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 47 |
| Figura 3.122 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 47 |
| Figura 3.123 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 47 |
| Figura 3.124 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 47 |
| Figura 3.125 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 47 |
| Figura 3.126 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 47 |
| Figura 3.127 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 47 |
| Figura 3.128 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 48 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.129 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 48 |
| Figura 3.130 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 48 |
| Figura 3.131 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 48 |
| Figura 3.132 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 48 |
| Figura 3.133 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 48 |
| Figura 3.134 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 48 |
| Figura 3.135 – Resultados do Ensaio n.º2 | 49 |
| Figura 3.136 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 49 |
| Figura 3.137 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 50 |
| Figura 3.138 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 50 |
| Figura 3.139 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 50 |
| Figura 3.140 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 50 |
| Figura 3.141 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 50 |
| Figura 3.142 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 50 |
| Figura 3.143 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 50 |
| Figura 3.144 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 50 |
| Figura 3.145 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 50 |
| Figura 3.146 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 51 |
| Figura 3.147 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 51 |
| Figura 3.148 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 51 |
| Figura 3.149 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 51 |
| Figura 3.150 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 51 |
| Figura 3.151 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 51 |
| Figura 3.152 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 51 |
| Figura 3.153 – Resultados do Ensaio n.º3 | 52 |
| Figura 3.154 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 52 |
| Figura 3.155 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 53 |
| Figura 3.156 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 53 |
| Figura 3.157 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 53 |
| Figura 3.158 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 53 |
| Figura 3.159 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 53 |
| Figura 3.160 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 53 |
| Figura 3.161 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 53 |
| Figura 3.162 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 53 |
| Figura 3.163 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 53 |
| Figura 3.164 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 54 |
| Figura 3.165 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 54 |
| Figura 3.166 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 54 |
| Figura 3.167 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 54 |
| Figura 3.168 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 54 |
| Figura 3.169 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 54 |
| Figura 3.170 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 54 |
| Figura 3.171 – Resultados do Ensaio n.º4 | 55 |
| Figura 3.172 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 55 |
| Figura 3.173 – Ensaio n.º 5 | 56 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.174 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 57 |
| Figura 3.175 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 57 |
| Figura 3.176 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 57 |
| Figura 3.177 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 57 |
| Figura 3.178 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 57 |
| Figura 3.179 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 57 |
| Figura 3.180 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 57 |
| Figura 3.181 – Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 57 |
| Figura 3.182 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 57 |
| Figura 3.183 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 58 |
| Figura 3.184 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 58 |
| Figura 3.185 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 58 |
| Figura 3.186 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 58 |
| Figura 3.187 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 58 |
| Figura 3.188 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 58 |
| Figura 3.189 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 58 |
| Figura 3.190 – Resultados do Ensaio n.º5 | 59 |
| Figura 3.191 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 59 |
| Figura 3.192 – Ensaio n.º 11..... | 59 |
| Figura 3.193 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 61 |
| Figura 3.194 – Função de Transmissibilidade T_{3-2} | 61 |
| Figura 3.195 – Função de Transmissibilidade T_{3-9} | 61 |
| Figura 3.196 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 61 |
| Figura 3.197 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 61 |
| Figura 3.198 – Função de Transmissibilidade T_{4-2} | 61 |
| Figura 3.199 – Função de Transmissibilidade T_{4-9} | 61 |
| Figura 3.200 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 61 |
| Figura 3.201 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 61 |
| Figura 3.202 – Função de Transmissibilidade T_{5-2} | 62 |
| Figura 3.203 – Função de Transmissibilidade T_{5-9} | 62 |
| Figura 3.204 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 62 |
| Figura 3.205 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 62 |
| Figura 3.206 – Função de Transmissibilidade T_{6-2} | 62 |
| Figura 3.207 – Função de Transmissibilidade T_{6-9} | 62 |
| Figura 3.208 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 62 |
| Figura 3.209 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 62 |
| Figura 3.210 – Função de Transmissibilidade T_{7-2} | 62 |
| Figura 3.211 – Função de Transmissibilidade T_{7-9} | 63 |
| Figura 3.212 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 63 |
| Figura 3.213 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 63 |
| Figura 3.214 – Função de Transmissibilidade T_{8-2} | 63 |
| Figura 3.215 – Função de Transmissibilidade T_{8-9} | 63 |
| Figura 3.216 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 63 |
| Figura 3.217 – Ensaio n.º 7 | 63 |
| Figura 3.218 – Função de Transmissibilidade T_{1-3} | 64 |

| | |
|---|----|
| Figura 3.219 – Função de Transmissibilidade T_{1-4} | 64 |
| Figura 3.220 – Função de Transmissibilidade T_{1-6} | 64 |
| Figura 3.221 – Função de Transmissibilidade T_{1-7} | 65 |
| Figura 3.222 – Função de Transmissibilidade T_{2-3} | 65 |
| Figura 3.223 – Função de Transmissibilidade T_{2-4} | 65 |
| Figura 3.224 – Função de Transmissibilidade T_{2-6} | 65 |
| Figura 3.225 – Função de Transmissibilidade T_{2-7} | 65 |
| Figura 3.226 – Função de Transmissibilidade T_{5-3} | 65 |
| Figura 3.227 – Função de Transmissibilidade T_{5-4} | 65 |
| Figura 3.228 – Função de Transmissibilidade T_{5-6} | 65 |
| Figura 3.229 – Função de Transmissibilidade T_{5-7} | 65 |
| Figura 3.230 – Função de Transmissibilidade T_{8-3} | 66 |
| Figura 3.231 – Função de Transmissibilidade T_{8-4} | 66 |
| Figura 3.232 – Função de Transmissibilidade T_{8-6} | 66 |
| Figura 3.233 – Função de Transmissibilidade T_{8-7} | 66 |
| Figura 3.234 – Função de Transmissibilidade T_{9-3} | 66 |
| Figura 3.235 – Função de Transmissibilidade T_{9-4} | 66 |
| Figura 3.236 – Função de Transmissibilidade T_{9-6} | 66 |
| Figura 3.237 – Função de Transmissibilidade T_{9-7} | 66 |
| Figura 3.238 – Função de Transmissibilidade T_{10-3} | 66 |
| Figura 3.239 – Função de Transmissibilidade T_{10-4} | 67 |
| Figura 3.240 – Função de Transmissibilidade T_{10-6} | 67 |
| Figura 3.241 – Função de Transmissibilidade T_{10-7} | 67 |
| Figura 3.242 – Resultados do Ensaio n.º7 | 67 |
| Figura 3.243 – Modelo com localização mais provável do dano..... | 67 |
| Figura 4.1 - Representação do modelo original em estudo | 70 |
| Figura 4.2 - Estrutura Original (Esquema) | 71 |
| Figura 4.3 – Estrutura Original (Foto) | 71 |
| Figura 4.4 – (a) Representação do Modelo com 1 Dano (b) Estrutura com 1 Dano (Foto) | 71 |
| Figura 4.5 – (a) Representação do Modelo co 2 Danos (b) Estrutura com 2 Danos (Foto) | 72 |
| Figura 4.6 – Esquema de Montagem do Acelerómetro <i>B & K Type 4507</i> | 73 |
| Figura 4.7 – Acelerómetro Fantasma | 73 |
| Figura 4.8 – Suspensão utilizada na estrutura em estudo | 73 |
| Figura 4.9 – (a) Primeiro Passo (b) Segundo Passo | 74 |
| Figura 4.10 – <i>Indicado de Norma Experimental (INE)</i> calculado para a Estrutura Original e para a Estrutura com 1 Dano | 75 |
| Figura 4.11 – Ensaio nº 1 | 76 |
| Figura 4.12 – Função de Transmissibilidade T_{2-1} | 77 |
| Figura 4.13 – Função de Transmissibilidade T_{3-1} | 77 |
| Figura 4.14 – Função de Transmissibilidade T_{4-1} | 77 |
| Figura 4.15 – Função de Transmissibilidade T_{5-1} | 77 |
| Figura 4.16 – Função de Transmissibilidade T_{6-1} | 77 |
| Figura 4.17 – Função de Transmissibilidade T_{7-1} | 77 |
| Figura 4.18 – Função de Transmissibilidade T_{8-1} | 77 |
| Figura 4.19 - Função de Transmissibilidade T_{9-1} | 77 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.20 – Função de Transmissibilidade T_{2-10} | 77 |
| Figura 4.21 – Função de Transmissibilidade T_{3-10} | 78 |
| Figura 4.22 – Função de Transmissibilidade T_{4-10} | 78 |
| Figura 4.23 – Função de Transmissibilidade T_{5-10} | 78 |
| Figura 4.24 – Função de Transmissibilidade T_{6-10} | 78 |
| Figura 4.25 – Função de Transmissibilidade T_{7-10} | 78 |
| Figura 4.26 – Função de Transmissibilidade T_{8-10} | 78 |
| Figura 4.27 – Função de Transmissibilidade T_{9-10} | 78 |
| Figura 4.28 – Aplicação do <i>Indicador de Dano</i> às Transmissibilidades obtidas no Ensaio n.º1 | 79 |
| Figura 4.29 – Estrutura com localização mais provável do dano | 80 |
| Figura 4.30 – Ensaio n.º 2 | 80 |
| Figura 4.31 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2. | 80 |
| Figura 4.32 – Ensaio n.º 3 | 81 |
| Figura 4.33 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º3. | 81 |
| Figura 4.34 – Ensaio n.º 4 | 82 |
| Figura 4.35 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º4. | 82 |
| Figura 4.36 – Ensaio n.º 1a..... | 83 |
| Figura 4.37 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º1a. | 84 |
| Figura 4.38 – Ensaio n.º 2a..... | 84 |
| Figura 4.39 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2a. | 85 |
| Figura 4.40 – Ensaio n.º 3a..... | 85 |
| Figura 4.41 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º3a..... | 86 |
| Figura 4.42 – Ensaio n.º 4a..... | 86 |
| Figura 4.43 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º4a..... | 87 |
| Figura 4.44 – Ensaio n.º 5a..... | 87 |
| Figura 4.45 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º5a..... | 88 |
| Figura 4.46 – Ensaio n.º 6a..... | 88 |
| Figura 4.47 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º6a..... | 89 |
| Figura 4.48 – Ensaio n.º 7a..... | 89 |
| Figura 4.49 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º7a..... | 90 |
| Figura 4.50 – Ensaio n.º 8a..... | 90 |
| Figura 4.51 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º8a..... | 91 |
| Figura 4.52 – Ensaio n.º 9a..... | 91 |
| Figura 4.53 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º9a..... | 92 |
| Figura 4.54 – Resumo dos resultados obtidos do Indicador de Dano para primeira situação de dano .. | 93 |
| Figura 4.55 – Apresentação do Dano na Estrutura em Estudo | 93 |
| Figura 4.56 – <i>Indicador da Norma Experimental (INE)</i> calculado para a Estrutura Original e para a Estrutura com 2 Danos | 94 |
| Figura 4.57 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º1b | 96 |
| Figura 4.58 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 96 |
| Figura 4.59 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 97 |
| Figura 4.60 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 98 |
| Figura 4.61 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 98 |
| Figura 4.62 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 99 |
| Figura 4.63 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b | 100 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4.64 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º8b | 100 |
| Figura 4.65 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º9b | 101 |
| Figura 4.66 – Ensaio n.º 10b | 101 |
| Figura 4.67 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º10b | 102 |
| Figura 4.68 – Ensaio n.º 11b | 102 |
| Figura 4.69 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º11b | 103 |
| Figura 4.70 – Ensaio n.º 12b | 103 |
| Figura 4.71 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º12b | 104 |
| Figura 4.72 – Ensaio n.º 13b | 104 |
| Figura 4.73 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º13b | 105 |
| Figura 4.74 – Ensaio n.º 13b | 105 |
| Figura 4.75 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º14b | 106 |
| Figura 4.76 – Resumo dos Resultados obtidos do Indicador do Dano para a segunda situação de dano. | 107 |
| Figura 4.77 – Apresentação dos Danos na Estrutura em Estudo. | 107 |

Capítulo 1

Introdução, Objectivos, Revisão Bibliográfica e Estrutura da Tese

1.1 Introdução

As estruturas, de um modo geral, experimentam, durante a sua vida útil, vários tipos de carregamentos quer estáticos quer dinâmicos dos quais fazem parte as cargas permanentes, acidentais, impactos, fadiga e outros tipos de carregamentos de que são exemplo: a acção do vento, o movimento de pessoas, etc. Estes carregamentos associados aos fenómenos de corrosão, ataque químico, entre outros, podem produzir diferentes tipos de dano consoante o tipo de material utilizado na sua construção e as suas características geométricas.

Em consequência da deterioração da estrutura, a sua capacidade de carga pode ser afectada, dando origem a problemas de fissuração e vibrações excessivas. Estes problemas são susceptíveis de provocar situações de colapso estrutural e situações de risco e insegurança para os seus utilizadores.

A identificação de possíveis danos em estruturas durante o seu funcionamento é portanto extremamente importante. Os danos normalmente identificados caracterizam-se geralmente por perdas de rigidez e/ou perdas ou ganhos de massa, sendo no entanto estes últimos menos importantes dado que são mais facilmente identificados. A perda de rigidez pode ser causada por uma redução na secção transversal de um componente estrutural provocada ou por fissuras, ou pela alteração das propriedades do material, quando o dano é provocado por agentes químicos, o que dá origem a uma redução do módulo de elasticidade.

Quando existem dúvidas a respeito da integridade estrutural de uma determinada estrutura, torna-se necessário a utilização de um método que permita avaliar as condições globais desta, dado que um dano não identificado pode resultar na ruptura de um ou vários dos seus componentes, comprometendo desta forma a integridade e a segurança da mesma. Muitas das vezes essa avaliação é feita recorrendo a inspecções visuais e técnicas não destrutivas.

Uma destas técnicas utilizadas recorre à utilização de líquidos penetrantes, no entanto esta técnica apresenta algumas limitações, de que são exemplo a dificuldade na acessibilidade a alguns pontos da estrutura e a necessidade de técnicos com muita experiência para realizar este trabalho. É uma técnica muito susceptível de induzir a erros humanos, que pode levar a consequências desagradáveis.

De entre as técnicas de avaliação de dano, não destrutivas, encontram-se ainda as técnicas de raio X, ressonância magnética e ultra-som. Estas técnicas, não são muito utilizadas na indústria porque apresentam custos elevados em equipamento e em pessoal especializado.

A necessidade por métodos globais de detecção de dano tem levado ao desenvolvimento de estudos que examinam as alterações nas características dinâmicas da estrutura tendo sido dada especialmente a partir de meados da década passada, que tem sido dada uma especial atenção por parte da comunidade científica. A ideia básica consiste na dependência dos parâmetros modais (frequências, amortecimentos e formas modais) nas propriedades físicas da estrutura (massa, amortecimento e rigidez). Logo, conclui-se que as alterações, nas propriedades físicas, causada pela existência de dano numa estrutura vão produzir alterações nas suas características dinâmicas nomeadamente nas frequências naturais e modos naturais de vibração. A perda de rigidez numa estrutura dependendo da sua natureza, localização e pelo facto da distribuição de tensões numa estrutura ser diferente e não uniforme para cada frequência natural, afectará de forma diferente a matriz de receptância da estrutura, possibilitando com isso a identificação e a localização do dano.

1.2 Objectivos

O principal objectivo deste trabalho é o desenvolvimento de um método que permita, não só constatar a presença de danos numa estrutura mas também permitir a sua localização com base nas alterações das características dinâmicas desta. A aplicação do referido método a casos de estudo numéricos e experimental irá permitir avaliar as suas reais vantagens e limitações.

1.3 Revisão Bibliográfica

A necessidade de desenvolver métodos não destrutivos capazes de identificar e localizar dano em estruturas, torna-se cada vez mais uma necessidade para a indústria e não só. Desta forma, é importante o desenvolvimento de métodos que diminuam o tempo e os custos inerentes à identificação e localização dos danos presentes numa determinada estrutura.

Existe uma vasta gama de métodos não destrutivos de detecção de dano aplicados em diferentes situações. Entre estes métodos, existem basicamente dois grupos: os métodos com acesso ao local e os métodos que utilizam apenas as respostas dinâmicas da estrutura.

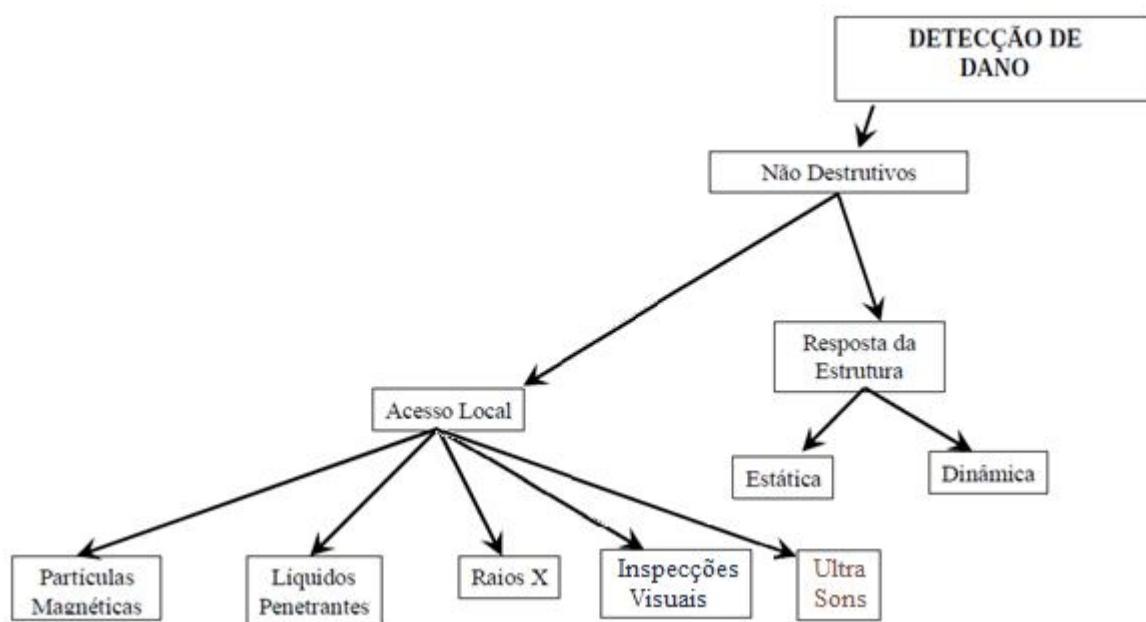


Figura 1.1 – Esquema dos métodos não destrutivos de detecção de dano

Os métodos de acesso ao local tiveram um grande desenvolvimento no século passado, dada a necessidade de verificar a integridade estrutural das estruturas, pretendendo identificar problemas como a fissuração e vibrações excessivas. De entre estes métodos importa salientar os métodos que recorrem à utilização de líquidos penetrantes, partículas magnéticas e ultra-sons. Os métodos que recorrem à utilização de líquidos penetrantes detectam apenas defeitos superficiais, como fendas e fissuras. Estes defeitos são comuns em caso de fadigas, e são responsáveis por 90% das falhas mecânicas ou falhas provocadas por impactos ou por elementos externos. Dentro desta classe o método que utiliza partículas magnéticas é um dos mais completos, pois aponta para falhas internas do material, em virtude das alterações provocadas no campo magnético gerado pela descontinuidade do material na região do dano. Esta característica também é observada nos métodos que utilizam ultra-sons, já que a velocidade aparente da onda é alterada em virtude do dano encontrado no interior ou na superfície do material. Uma das desvantagens destes métodos é que têm de existir obrigatoriamente acesso a todas as regiões da estrutura, facto que além de ser muito dispendioso, pode não dar garantias do estado real da estrutura.

Os métodos baseados na resposta da estrutura têm como principal objectivo a análise global da integridade da estrutura, através de modificações nas características da estrutura, sejam elas estáticas ou dinâmicas. A caracterização estática pode ser obtida através da análise da translação e/ou da rotação de determinados pontos da estrutura. Podendo estes valores medidos ser comparados com os

valores obtidos com um modelo analítico de elementos finitos e/ou mesmo numa primeira análise através de um modelo discreto. O inconveniente deste processo é o facto que este método não fornece muitas informações a respeito da integridade da estrutura, o que dificulta a identificação do dano, principalmente se existirem vários danos.

As alterações no comportamento dinâmico de uma estrutura, reflectem possíveis modificações nos parâmetros físicos destas, e/ou alterações nas suas condições de serviço. Estas alterações no comportamento dinâmico podem ser utilizadas como uma ferramenta para identificar e localizar o dano. A verificação das características dinâmicas de uma estrutura tem uma série de vantagens em relação a outros métodos, pois com estas é possível obter muito mais informações sobre o comportamento de uma estrutura do que com a análise estática, o que poderá proporcionar identificação do dano com maior fiabilidade. A identidade dinâmica pode ser representada pelas frequências naturais, modos de vibração, funções de resposta em frequência (FRF), amortecimento modal, dentre outras que possam caracterizar o comportamento de uma estrutura sujeita a cargas dinâmicas. Tal como na análise estática, a identificação do dano é feita através da análise da variação da resposta com dano em relação a resposta sem dano. No entanto quando é realizado um ensaio experimental, inevitavelmente o ruído faz-se presente sendo provocado por diferentes causas, como a precisão dos sistemas de aquisição ou a influência de fontes externas electromagnéticas que afectam a transmissão dos sinais. Desta forma, torna-se necessário à utilização de técnicas adequadas para minimizar o seu efeito, pois as alterações provocadas pelo ruído nas características dinâmicas podem ser maiores do que aquelas provocadas pela presença do dano, gerando assim imprecisões na identificação do dano e nomeadamente erros na sua localização.

Durante os últimos 20 anos, o desenvolvimento de novas técnicas de análise modal veio permitir a determinação precisa dos parâmetros modais de todo o tipo de estruturas. Paralelamente a este desenvolvimento, existiram inúmeros investigadores que desenvolveram métodos que se diziam capazes de detectar danos em estruturas.

Messina *et al.* [1], apresentou um método de detecção de dano que consiste em observar as alterações, produzidas pelo dano, nas frequências de vibração de uma dada estrutura em estudo.

Segundo autores como Salawu [2] e Lam *et al.*[3], a informação fornecida pelas frequências naturais é insuficiente para localizar correctamente o dano.

Os modos de vibração fornecem mais informação a respeito da localização do dano e por isso, autores como Law *et al.*[3] desenvolveram as técnicas a APC (Approximate Parameter Change) e DSM (Damage Signature Matching), as quais utilizam as alterações medidas nos modos de vibração antes e depois da ocorrência de dano. Segundo estes autores a combinação destas duas técnicas constitui um método prático para a detecção e localização de danos nas estruturas.

Shi *et al.*[4], apresentaram um método para localizar danos em estruturas baseado na alteração da energia de deformação modal. Este método utiliza como indicador a alteração da energia de deformação modal em cada elemento da estrutura, antes e depois da ocorrência do dano.

Wang *et al.*[5] propuseram um método que recorre a análise de dados no domínio da frequência (FRF), para identificar e localizar o dano. O uso do modelo de resposta em frequência para a identificação de dano, origina mais equações que o uso do modelo modal. Por conseguinte, à medida que o número de parâmetros a ajustar ou o número de incógnitas de dano aumenta, as técnicas baseadas nas sensibilidades das FRF apresentam melhores resultados. Para além disso, as técnicas

baseadas em dados modais necessitam da extracção das características modais, a qual origina erros, omissões e a alta densidade modal em frequências elevadas pode colocar um problema.

A formulação e aplicação a ajustamento de modelos estruturais de um método que recorre a FRF e que origina um conjunto de equações lineares, foram primeiramente realizadas por Lin e Ewins [6]. Estes autores substituem os Graus de Liberdade (GDL) desconhecidos, i.e., não medidos, das FRF experimentais, pelos GDL analíticos homólogos e usam um processo iterativo para resolver o conjunto de equações. Wang *et al.* [5] recorrem a este método para (i) ajustar o modelo da estrutura no estado original e (ii) identificar o dano numa estrutura treliçada. Um dos problemas destes métodos é a incompletude do modelo da estrutura danificada, dado que as características vibratórias desta devem ser obtidas experimentalmente, por exemplo, as rotações são de difícil obtenção.

Um dos primeiros artigos científicos publicados, que menciona, a questão da transmissibilidade foi desenvolvido por Liu e Ewins [7]. Estes autores propuseram um método capaz de lidar com a relação entre as características das FRFs de sistemas de massas discretas com múltiplos graus de liberdade (MDOF), que possuem matriz de massa diagonal e matriz de rigidez tridiagonal. Neste artigo o método é provado e todas as condições para a sua aplicabilidade são indicadas, também é apresentado a derivação para a extensão do teorema. Várias simulações numéricas foram realizadas por estes autores com o objectivo de mostrar a validade do método, tendo concluído que as funções de transmissibilidade não existem só em sistemas de massas discretas mas também em sistemas que estão ligados de formas diferentes. No entanto estes salientaram que a sua solução proposta tem algumas limitações quando aplicada a casos práticos.

Ribeiro *et al.* [8, 9, 10] apresentaram a generalização do conceito de transmissibilidade para estruturas com múltiplos graus de liberdade, em que a matriz de transmissibilidade entre dois conjuntos de funções de resposta é construída a partir das matrizes de resposta da estrutura. Segundo estes autores é possível supor que deveria existir uma matriz de funções para sistemas MDOF equivalente a função de transmissibilidade habitualmente conhecida para sistemas com um grau de liberdade. Segundo eles, ao tentar generalizar este conceito, em que a matriz de transmissibilidade é uma característica da estrutura, independentemente das forças aplicadas, pretende estabelecer uma relação entre duas respostas da estrutura. De facto o conceito de transmissibilidade para sistemas com um grau de liberdade é a relação entre os deslocamentos de entrada e de saída, neste caso há conhecimento implícito que existe apenas uma força e a sua localização é conhecida. Para sistemas MDOF, existem varias possibilidade para o número e localização das forças e momento aplicados.

Contudo, para os sistemas com apenas um grau de liberdade, sabe-se quantas e quais as forças que são aplicadas, embora não se conheça a sua magnitude. Para sistemas MDOF, as relações entre as respostas a várias coordenadas dependerá do número de forças e da localização da coordenada a onde é aplicado, mas não depende da sua magnitude.

O conceito de transmissibilidade, embora seja trivial em sistema com um único grau de liberdade (SDOF), raramente este conceito tem sido aplicado a sistema MDOF. Na verdade, o problema de relacionar as respostas dinâmicas desconhecidas com as respostas dinâmicas conhecidas de um sistema MDOF, proposta no [8], ainda não havia sido testada experimentalmente. Com objectivo de dar continuação a seu trabalho [8], Ribeiro *et al.* [11], apresentou um artigo em que é dado um exemplo experimental para avaliar a eficácia do método ao comparar as respostas dinâmicas previstas utilizando o conceito de transmissibilidade com as respostas dinâmicas medidas na estrutura.

Maia *et al.* [12], apresentaram um trabalho que visa compreender e explorar algumas questões importantes que não são bem compreendidas da matriz de transmissibilidade, como a própria natureza

das curvas de transmissibilidade e as potencialidades de algumas propriedades e relações que ainda não haviam sido exploradas.

1.4 Estrutura da Tese

O conteúdo desta dissertação está distribuído em cinco capítulos, como descritos abaixo:

No capítulo 1 apresenta-se uma introdução geral ao tema em estudo e os objectivos que estiveram na base do trabalho desenvolvido. É aqui apresentada a revisão bibliográfica que incide sobre a necessidade de desenvolver métodos não destrutivos capazes de identificar e localizar o dano em estruturas. Na revisão bibliográfica, são referidos vários métodos, baseados na resposta da estrutura, desenvolvidos por diversos investigadores com o objectivo identificar e localizar o dano.

No capítulo 2 são introduzidos os principais conceitos teóricos relativos à transmissibilidade quer para sistemas com um GDL quer para sistemas com múltiplos GDL. O conceito de transmissibilidade para sistemas com múltiplos GDL encontra-se dividido em dois subcapítulos, no primeiro subcapítulo é referido o conceito de transmissibilidade associado a matriz de receptância e no segundo subcapítulo é referido ao conceito de transmissibilidade associado a matriz de rigidez dinâmica. Neste capítulo é ainda apresentado o *Indicador de Norma* que foi utilizado para verificar a existência de dano nas estruturas estudadas e o *Indicador de Dano* desenvolvido durante este estudo para auxiliar na localização do dano.

No capítulo 3 é apresentado o caso de estudo teórico, as características do modelo teórico original e os programas de simulação numérica que foram desenvolvidos. Neste capítulo são descritos os ensaios numéricos realizados, o processo utilizado para a localização e detecção de dano e os resultados e observações verificadas no decorrer deste estudo.

No capítulo 4 é apresentado um caso de estudo experimental. Neste capítulo são descritos os ensaios experimentais efectuados e os algoritmos desenvolvidos para a aplicação do método desenvolvido para a detecção e localização do dano. Com este estudo pretendia-se obter uma comprovação experimental dos resultados obtidos no capítulo 3.

No capítulo 5 é dedicado as conclusões obtidas no decorrer deste trabalho, assim como sugestões de estudos para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2.1 Introdução

Este capítulo inicia-se com a definição do conceito de transmissibilidade para sistemas com um grau de liberdade. Nos dois subcapítulos seguintes é apresentada uma extensão deste conceito para sistema com múltiplos graus de liberdade, onde são apresentadas as formulações teóricas que permitem calcular a matriz de transmissibilidade associada a matriz de receptâncias e a matriz de transmissibilidade associada à matriz de rigidez dinâmica de uma estrutura. Também, neste capítulo são referidas importantes propriedades da matriz de transmissibilidade para sistemas com múltiplos graus de liberdade.

Após a descrição destes conceitos são apresentados dois indicadores utilizados no decorrer deste trabalho. O primeiro indicador, denominado *Indicador Norma (IN)* que permite verificar a existência de dano numa estrutura e o segundo desenvolvido durante este trabalho definido como *Indicador de Dano (ID)* que se revelou importante na localização do dano.

2.2 Conceito de transmissibilidade para Sistemas com 1 GDL

O conceito de transmissibilidade é apresentado geralmente, associado a um sistema de um grau de liberdade, quando a sua base se move harmonicamente. Na figura 2.1 são apresentadas as forças aplicadas no corpo livre devido ao movimento da base:

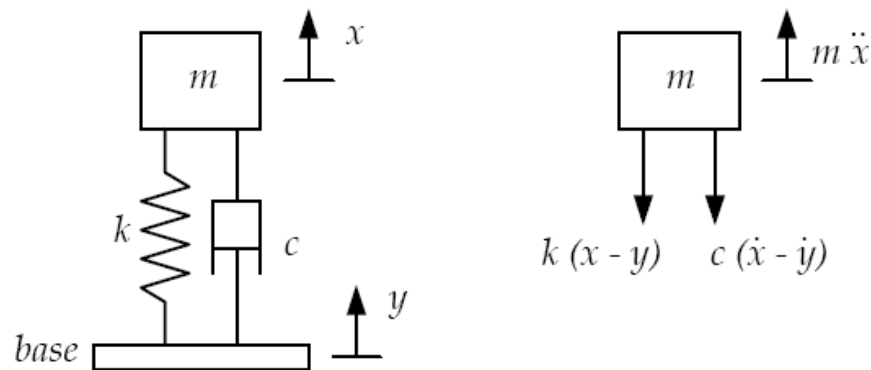


Figura 2.1 – Forças resultantes no corpo livre devido ao movimento da base

Ao somar todas as forças aplicadas ao corpo livre tem-se:

$$m\ddot{x} = -c(\dot{x} - \dot{y}) - k(x - y) \quad (2.1)$$

Assume-se que o movimento da base é um movimento harmónico, então,

$$y(t) = Y_0 \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

Desenvolvendo a equação dinâmica, têm-se que:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -cY_0\omega \sin(\omega t) + kY_0 \cos(\omega t) \quad (2.3)$$

Na equação (2.3) os dois termos da direita referem-se as forças da mola e amortecedor aplicadas a massa devido ao movimento da base. Assim a equação dinâmica é excitada por duas forças harmónicas cujas amplitudes são $F_1 = -c\omega Y_0$ e $F_2 = kY_0$. A equação diferencial (2.3) tem duas soluções particulares, ou seja, $x_p^{(1)}$ e $x_p^{(2)}$

$$x_p^{(1)}(t) = \frac{\frac{-c\omega Y_0}{k}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \sin(\omega t - \phi_1) \text{ e } x_p^{(2)}(t) = \frac{\frac{kY_0}{k}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \cos(\omega t - \phi_1) \quad (2.4)$$

Simplificando as soluções, tem-se que:

$$x_p^{(1)}(t) = \frac{-2\xi r Y_0}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \sin(\omega t - \phi_1) \text{ e } x_p^{(2)}(t) = \frac{Y_0}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \cos(\omega t - \phi_1) \quad (2.5)$$

Sendo que, ϕ_1 é a fase que ocorre entre o deslocamento da base e os deslocamentos $x_p^{(1)}$ ou $x_p^{(2)}$. Esta fase ocorre na presença de amortecimento no sistema excitado harmonicamente, em sistemas sem amortecimento não existe a fase. A fase é calculada por:

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right) \quad (2.6)$$

Pelo principio da sobreposição linear, o resultado final para a solução particular é,

$$x_p(t) = x_p^{(1)}(t) + x_p^{(2)}(t)$$

$$x_p(t) = Y_0 \frac{\sqrt{1+(2\xi r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \cos(\omega t - \phi_1 - \phi_2) \quad (2.7)$$

A nova fase ϕ_2 deve-se à soma de $x_p^{(1)}$ e $x_p^{(2)}$, as quais são funções ortogonais. A amplitude da solução final X_0 e a fase ϕ_2 são:

$$X_0 = Y_0 \sqrt{\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.8)$$

$$\phi_2 = \arctg(2\xi r) \quad (2.9)$$

A razão $\frac{X_0}{Y_0}$ é chamada de transmissibilidade de deslocamento e é utilizada para descrever como o movimento da base é transmitido para a massa em função da frequência. O conceito de transmissibilidade é geralmente associado a sistemas com um grau de liberdade, quando a sua base se

move harmonicamente, e é definido como a razão entre o módulo de amplitude de resposta da massa e o módulo da amplitude do movimento imposto à base.

2.3 Conceito de transmissibilidade para Sistemas MDOF

2.3.1 Conceito de Transmissibilidade associado à Matriz de Receptância

Para sistemas com n graus de liberdade o conceito de transmissibilidade, tal como o conceito para sistemas com um grau de liberdade, é definido como a razão entre os módulos de amplitudes de resposta do sistema.

Para o movimento harmónico a relação entre um conjunto de respostas e as forças aplicadas é dado pela matriz de Função de Resposta em Frequência $[H]$:

$$[H] \{f\} = \{x\} \quad (2.10)$$

Ribeiro *et al.*[9] apresenta uma definição da Transmissibilidade baseada na aplicação de forças harmónicas. Para tal, importa definir o conjunto de coordenadas A onde as forças harmónicas são ou podem ser aplicadas ao sistema, sendo estas coordenadas definidas com A . Se definir-mos o vector F_A como vector com a magnitude das forças aplicadas ao sistema nas coordenadas A , o vector X_U como o vector das amplitudes de resposta nas coordenadas desconhecidas U e o vector X_K como o vector das amplitudes de resposta nas coordenadas conhecidas (ou medidas) K . Podemos escrever as seguintes relações:

$$\{X_U\} = [H_{UA}]\{F_A\} \quad (2.11)$$

$$\{X_K\} = [H_{KA}]\{F_A\} \quad (2.12)$$

onde, $[H_{UA}]$ e $[H_{KA}]$ são as matrizes de receptância que relacionam, respectivamente as coordenadas U e A e K e A . Eliminando o vector $\{F_A\}$ entre as equações (2.11) e (2.12) é possível escrever a seguinte relação

$$\{X_U\} = [H_{UA}][H_{KA}]^+ \{X_K\} \quad (2.13)$$

A partir da equação (2.13) é possível obter a equação que relaciona os dois conjuntos de respostas, as respostas desconhecidas com as respostas conhecidas. Dado isto, a matriz de transmissibilidade é definida como

$$[T_{UK}^A] = [H_{UA}][H_{KA}]^+ \quad (2.14)$$

onde $[H_{KA}]^+$ é a matriz inversa da matriz $[H_{KA}]$ se $K=A$ ou pseudo-inversa da matriz $[H_{KA}]$ se $K>A$. A equação (2.14) é designada por matriz de transmissibilidade entre os conjuntos de coordenadas U e K quando as forças ou os momentos são aplicados nas coordenadas A .

Para que seja possível existir a matriz inversa, é obrigatório que o número de coordenadas K seja maior ou igual que ao numero de coordenadas A , $\#K \geq \#A$.

2.3.2 Conceito de Transmissibilidade associado à Matriz de Rigidez

Ribeiro *et al.* [11] apresentou uma definição alternativa de transmissibilidade baseada na matriz de rigidez dinâmica de uma estrutura, onde as propriedades espaciais (massa, rigidez, etc) estão explicitamente incluídas.

Sabendo que o comportamento dinâmico de um sistema MDOF pode ser descrito pela seguinte equação supondo que existe uma carga aplicada harmônica:

$$[Z] \{x\} = \{f\} \quad (2.15)$$

onde $[Z]$ representa a matriz de rigidez dinâmica, x é o vector das amplitudes das respostas dinâmicas e f representa o vector das amplitudes das forças dinâmicas aplicadas ao sistema.

Do conjunto das respostas dinâmicas é possível distinguir dois subconjuntos distintos de coordenadas, K e U , onde $\{x_K\}$ é o conjunto de respostas conhecidas e $\{x_U\}$ o conjunto de respostas desconhecidas; a partir do conjunto de forças dinâmicas é também possível distinguir dois subconjuntos distintos, denominados por A e B , onde A é o subconjunto a onde as forças dinâmicas são aplicadas e B é o conjunto formado pelas restantes coordenadas, em que as forças dinâmicas são nulas. Como consequência, pode escrever-se:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \{x_K\} \\ \{x_U\} \end{Bmatrix}, \{f\} = \begin{Bmatrix} \{f_A\} \\ \{f_B\} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Com estes subconjuntos, a equação (2.15) pode ser particionada em conformidade:

$$\begin{bmatrix} [Z_{AK}] & [Z_{AU}] \\ [Z_{BK}] & [Z_{BU}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_K\} \\ \{x_U\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_A\} \\ \{f_B\} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

A partir da equação (2.17), podem ser obtidas, duas equações diferenciais na forma matricial:

$$[Z_{AK}] \{x_K\} + [Z_{AU}] \{x_U\} = \{f_A\} \quad (2.18)$$

$$[Z_{BK}] \{x_K\} + [Z_{BU}] \{x_U\} = \{f_B\} \quad (2.19)$$

Tendo em conta que o conjunto de coordenadas B representam as forças dinâmicas nulas aplicadas ao sistema e considerando que o numero dessas coordenadas é maior ao igual ao numero de coordenadas U , a partir da (2.19) é possível obter o vector das respostas desconhecidas:

$$\begin{aligned} \{f_B\} &= 0, \#B \geq \#U \\ \Downarrow \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\{x_U\} = -[Z_{BU}]^+ [Z_{BK}] \{x_K\}$$

onde $[Z_{BU}]^+$ é a matriz pseudo-inversa da matriz $[Z_{BU}]$.

A matriz de transmissibilidade é definida como a relação entre as respostas dinâmicas desconhecidas com as respostas dinâmicas conhecidas para um determinado conjunto de forças aplicadas nas coordenadas A, i.e., $\{x_U\} = [T_{UK}^A] \{x_K\}$. Portanto, isto significa que a partir da equação (2.20) pode definir-se a matriz de transmissibilidade como

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^+ [Z_{BK}] \quad (2.21)$$

Tendo em conta que a matriz de rigidez dinâmica é descrita em termos de uma matriz de massa e uma matriz de rigidez, $[Z] = [K] - \omega^2[M]$, isto pode-se agora relacionar as funções de transmissibilidade com as propriedades espaciais do sistema. Para que isto seja possível é obrigatório que as seguintes condições relativas ao número de coordenadas seja valida, i. e., $\#B \geq \#U$ e $\#K \geq \#A$.

A equação (2.21) é uma definição alternativa de transmissibilidade, baseada agora na matriz de rigidez dinâmica da estrutura. A matriz de transmissibilidade obtida através deste processo é exactamente a mesma que a obtida através das FRFs. Tendo-se portanto

$$[T_{UK}^A] = [H_{UA}][H_{KA}]^+ = -[Z_{BU}]^+[Z_{BK}] \quad (2.22)$$

2.3.3 Propriedades da Matriz de Transmissibilidade Identificadas

Para a aplicação do conceito de transmissibilidade neste estudo foi necessário ter em conta duas importantes propriedades da matriz de transmissibilidade que foram apresentadas num trabalho desenvolvido por Maia *et al.* [13]:

Propriedade 1:

Os valores da matriz de transmissibilidade não se alteram se alguma modificação é feita sobre os valores de massa do sistema onde as forças dinâmicas são aplicadas.

Propriedade 2:

Os valores da matriz de transmissibilidade não se alteram se alguma modificação for feita sobre os valores de rigidez das molas do sistema a onde as forças dinâmicas são aplicadas.

Capítulo 3

Caso de Estudo Teórico

3.1 Introdução

Neste capítulo vai ser apresentado o caso de estudo teórico, decidido estudar com o intuito de tentar identificar a existência de dano e determinar a sua localização em sistemas discretos e contínuos com pouco amortecimento.

Após a descrição das características espaciais, massa e rigidez, do modelo teórico original e dos modelos com dano é apresentado um algoritmo desenvolvido, utilizando o *software* MATLAB, que permite realizar varias simulações numéricas que tornaram possível o estudo do comportamento das funções de transmissibilidade quer do modelo teórico original quer do modelo teórico modificado.

Após a apresentação do algoritmo são descritos de todos os ensaios numéricos realizados e as observações que foram verificadas. Para concluir é apresentada uma discussão dos resultados obtidos.

3.2 Características do Modelo Teórico Original

Neste trabalho foi definido um caso de estudo teórico com o intuito de tentar identificar a existência de dano e determinar a sua localização utilizando uma nova abordagem desenvolvida. O modelo teórico estudado encontra-se apresentado na figura 3.1 e corresponde a um sistema de massas discretas com 10 graus de liberdade.



Figura 3.1 – Modelo Original

As características de massa e rigidez do modelo original estudado encontram-se apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Características do Modelo Original

| Modelo Original | | | | | |
|-----------------|-----|---|-----|-----|-------|
| Kg | m1 | 1 | N/m | k1 | 10000 |
| | m2 | 1 | | k2 | 10000 |
| | m3 | 1 | | k3 | 10000 |
| | m4 | 1 | | k4 | 10000 |
| | m5 | 1 | | k5 | 10000 |
| | m6 | 1 | | k6 | 10000 |
| | m7 | 1 | | k7 | 10000 |
| | m8 | 1 | | k8 | 10000 |
| | m9 | 1 | | k9 | 10000 |
| | m10 | 1 | | k10 | 10000 |

O modelo estudado é caracterizado pelas matrizes de massa e de rigidez definidas respectivamente pelas equações (3.1) e (3.2), onde m é o valor de massa e k é o valor da rigidez das molas.

$$[m] = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m10 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} (k1 + k2) & -k2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k2 & (k2 + k3) & -k3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k3 & (k3 + k4) & -k4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k4 & (k4 + k5) & -k5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k5 & (k5 + k6) & -k6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k6 & (k6 + k7) & -k7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k7 & (k7 + k8) & -k8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k8 & (k8 + k9) & -k9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k9 & (k9 + k10) & -k10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k10 & k10 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.3 Características dos Modelos com Dano

Com o intuito de realizar um estudo teórico para tentar identificar a existência de dano e determinar a sua localização, foram estudadas duas situações de dano no modelo original (figura 3.1). Na primeira situação, foi considerado a existência de apenas um dano, correspondendo esse dano a uma perda de rigidez na mola k4, como indica a figura 3.2. Na tabela 3.2 são apresentadas as características de massa e rigidez do modelo com um dano.

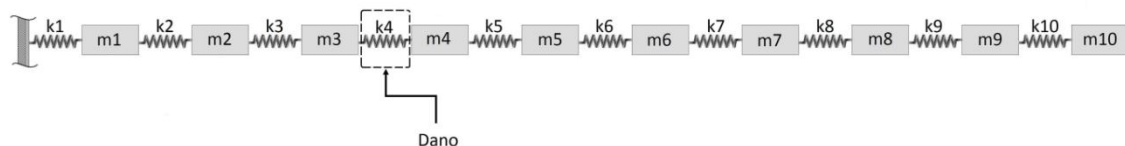


Figura 3.2 – Modelo com 1 Dano

Tabela 3.2 – Características do Modelo com 1 Dano

| Modelo Original com 1 Dano | | | | | |
|----------------------------|-----|---|-----|-----|-------|
| Kg | m1 | 1 | N/m | k1 | 10000 |
| | m2 | 1 | | k2 | 10000 |
| | m3 | 1 | | k3 | 10000 |
| | m4 | 1 | | k4 | 150 |
| | m5 | 1 | | k5 | 10000 |
| | m6 | 1 | | k6 | 10000 |
| | m7 | 1 | | k7 | 10000 |
| | m8 | 1 | | k8 | 10000 |
| | m9 | 1 | | k9 | 10000 |
| | m10 | 1 | | k10 | 10000 |

Na segunda situação foi considerado, a existência de dois danos, correspondendo esses danos a uma perda de rigidez nas molas k4 e k7, como indica a figura 3.3. Na tabela 3.3 são apresentadas as características de massa e rigidez do modelo com dois danos.

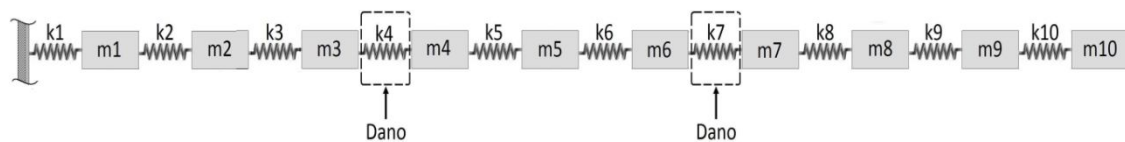


Figura 3.3 – Modelo com 2 Danos

Tabela 3.3 – Características do Modelo com 2 Danos

| Modelo Original com 2 Danos | | | | | |
|-----------------------------|-----|---|-----|-----|-------|
| Kg | m1 | 1 | N/m | k1 | 10000 |
| | m2 | 1 | | k2 | 10000 |
| | m3 | 1 | | k3 | 10000 |
| | m4 | 1 | | k4 | 150 |
| | m5 | 1 | | k5 | 10000 |
| | m6 | 1 | | k6 | 10000 |
| | m7 | 1 | | k7 | 5000 |
| | m8 | 1 | | k8 | 10000 |
| | m9 | 1 | | k9 | 10000 |
| | m10 | 1 | | k10 | 10000 |

3.4 Programas de Simulação Numérica

O desenvolvimento de uma metodologia que permita identificar a existência de dano e determinar a sua localização, baseado nas alterações das FRFs, é o real objectivo deste trabalho. Para tal foi desenvolvido um programa em MATLAB que permite simular o comportamento dinâmico do modelo em estudo. Os dados apresentados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 vão servir de input a este programa, definido como *Programa Dinâmico (PD)*, que permite o cálculo das frequências naturais, da matriz modal, bem como das funções de resposta em frequência e de transmissibilidade do modelo estudado, para uma gama de frequência pré-definida. As FRFs calculadas vão servir de input ao programa definido como Indicador da Norma, indicador este definido na secção 2.4 que permite obter uma visão global das funções de resposta em frequência da estrutura para uma gama de frequências pré-definida. A aplicação deste indicador vai permitir confirmar a existência ou não de dano no modelo em estudo.

3.5 Identificação e Localização do Dano

3.5.1 Estrutura com 1 Dano

Os ensaios numéricos consistem na simulação de alguns cenários de dano gerados através do *Programa Dinâmico*. Para simular a situação em que é considerada a existência de apenas um dano procedeu-se a modificação dos valores de rigidez do modelo original, com foi mencionado em 3.3 e é apresentado na tabela 3.2. Essa modificação de rigidez dependendo da sua natureza e localização vai afectar de forma diferente as FRFs do modelo original possibilitando com isso identificar a existência de dano e determinar a sua localização.

Identificação da Existência de Dano

Após o cálculo das FRFs do modelo original, com os dados apresentados na tabela 3.1, e das *FRFs* do modelo com um dano, com os dados apresentados na tabela 3.2, utilizando o *Programa Dinâmico*, foi aplicado o *Indicador da Norma (IN)* a estes dados.

Este indicador foi apresentado por Almeida et al [13] e permite obter uma visão global das FRFs de uma estrutura. Como as FRFs são sensíveis a alterações de massa e de rigidez, foi utilizado este indicador para permitir verificar a existência de dano nos modelos estudados ao longo deste trabalho.

Considera-se o conjunto de $N \times N$ *FRFs*, que podem ser reais ou complexas, a N_f frequências (ω), organizadas por colunas numa matriz de *FRFs* composta, $[L] \in \mathbb{C}^{N_f \times N}$. Cada linha contém N valores das *FRFs* complexas à mesma frequência. O *IN* para cada valor de frequência (ω) é calculado como é demonstrado de seguida.

Considera-se o vector $\{H(\omega)\} = \{H_{11}(\omega) H_{12}(\omega) H_{13}(\omega) \cdots H_{NN}(\omega)\}$, em que $H_{NN}(\omega) = H_{NN \text{ real}}(\omega) + i H_{NN \text{ imag.}}(\omega)$, então *IN* é definido por:

$$IN(\omega) = 20 \times \text{Log} \left(\sqrt{\sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^N \left[(H_{ab \text{ Real}}(\omega))^2 + (H_{ab \text{ Imag}}(\omega))^2 \right]} \right) \quad (3.3)$$

Com a aplicação deste indicador foram obtidas as curvas apresentadas no gráfico seguinte para uma gama de frequência pré-definida.

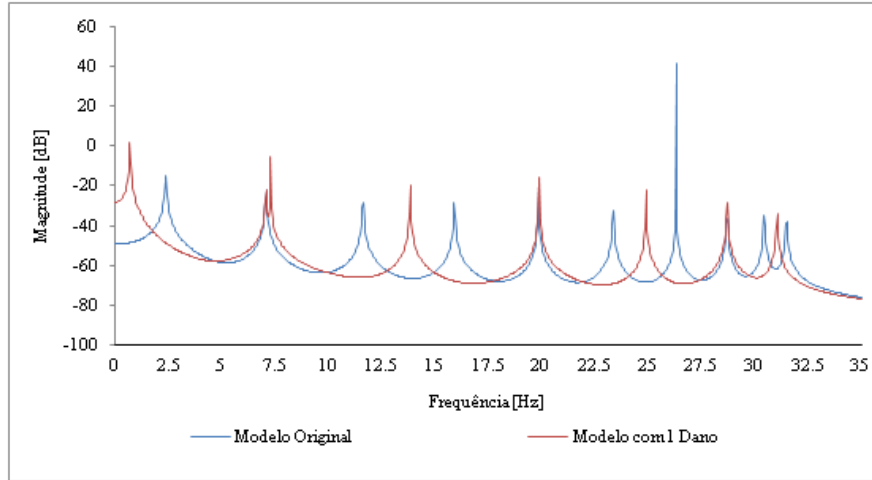


Figura 3.4 – Indicador de Norma (IN) calculado para o Modelo Original e para o Modelo Original com 1 Dano

Com base nos resultados obtidos, pôde verificar-se que, os valores calculados para o modelo original não são coincidentes com valores calculados para o modelo com um dano. Dado isto, verifica-se que a perda de rigidez considerada na mola k_4 afecta de forma significativa as FRFs do modelo em estudo.

A aplicação deste indicador revelou-se uma ferramenta muito útil uma vez que com a aplicação deste obtemos uma única curva para cada situação em estudo, tornando mais fácil a constatação ou não da existência de dano na estrutura original que com a comparação das varias FRFs.

Localização do Dano

Após a constatação da existência de dano no modelo estudado, pretende-se verificar se é possível determinar a sua localização utilizando o conceito de transmissibilidade. Para isso, foram realizados vários ensaios numéricos com o intuito de determinar a possível localização do dano no modelo estudado (figura 3.1). Nesta fase, utilizou-se como ferramenta o programa desenvolvido *PD* para o cálculo da matriz de transmissibilidade, com base no desenvolvimento proposto por Ribeiro et al [9], a partir da matriz de receptância para uma dada gama de frequência pré-definida. Este estudo consiste em comparar os valores obtidos das funções de transmissibilidade do modelo original com os valores obtidos das funções de transmissibilidade do modelo com um dano. Com isso, pretende-se tentar desenvolver um método que permita determinar a localização exacta do dano no modelo em estudo.

Ensaio n.º1

No primeiro ensaio foram consideradas como coordenadas conhecidas as coordenadas 1 e 10 e as restantes coordenadas como coordenadas desconhecidas, de modo a conseguir obter o maior número

de relações entre coordenadas possível. Neste primeiro ensaio foi considerado o par de forças dinâmicas aplicado nas coordenadas 1 e 2 do modelo em estudo, como se indicam a figura 3.5.

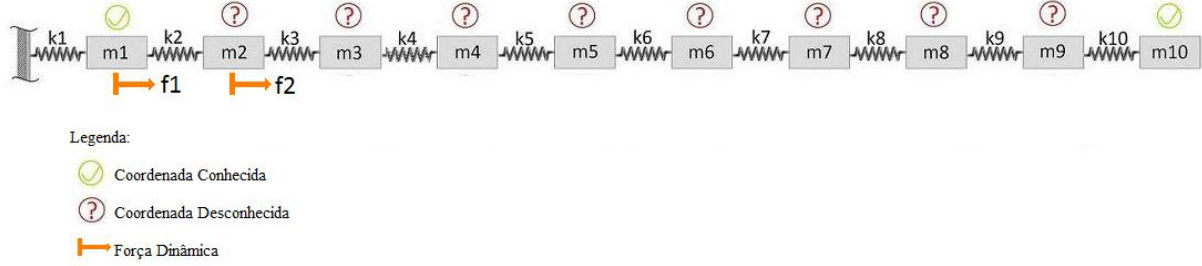


Figura 3.5 – Ensaio n.º 1

Com base no desenvolvimento apresentado em [9], [11], a matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância é igual à matriz de transmissibilidades calculada a partir da matriz de rigidez dinâmica. Dado isto, a matriz de transmissibilidades entre o conjunto de coordenadas desconhecidas {2,3,4,5,6,7,8,9} e o conjunto de coordenadas conhecidas {1, 10}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {1, 2} é definida como:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(1,2)} & T_{2-10}^{(1,2)} \\ T_{3-1}^{(1,2)} & T_{3-10}^{(1,2)} \\ T_{4-1}^{(1,2)} & T_{4-10}^{(1,2)} \\ T_{5-1}^{(1,2)} & T_{5-10}^{(1,2)} \\ T_{6-1}^{(1,2)} & T_{6-10}^{(1,2)} \\ T_{7-1}^{(1,2)} & T_{7-10}^{(1,2)} \\ T_{8-1}^{(1,2)} & T_{8-10}^{(1,2)} \\ T_{9-1}^{(1,2)} & T_{9-10}^{(1,2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-1} & H_{2-2} \\ H_{3-1} & H_{3-2} \\ H_{4-1} & H_{4-2} \\ H_{5-1} & H_{5-2} \\ H_{6-1} & H_{6-2} \\ H_{7-1} & H_{7-2} \\ H_{8-1} & H_{8-2} \\ H_{9-1} & H_{9-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-1} & H_{1-2} \\ H_{10-1} & H_{10-2} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.3)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & Z_{3-5} & Z_{3-6} & Z_{3-7} & Z_{3-8} & Z_{3-9} \\ Z_{4-2} & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & Z_{4-6} & Z_{4-7} & Z_{4-8} & Z_{4-9} \\ Z_{5-2} & Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} & Z_{5-9} \\ Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{3-1} & Z_{3-10} \\ Z_{4-1} & Z_{4-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Neste estudo foi considerado um modelo que possui matriz de massa diagonal e matriz de rigidez tridiagonal, como indicam as equações 3.1 e 3.2 respectivamente, logo a matriz de rigidez dinâmica será uma matriz banda em que muitos elementos desta matriz são nulos (Matriz global é apresentada na equação (iii) presente no Anexo B). Com base nisto, de modo a constatar as funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos é calculada a matriz de transmissibilidade associada a matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.4).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Pode constatar-se com base na equação anterior que a primeira coluna da matriz $[Z_{BK}]$ é uma coluna de zeros, dado isto o resultado das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , para esta situação

em estudo também é zero. Observando tal facto verifica-se que não é possível obter uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das Funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do *PD* para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.2).

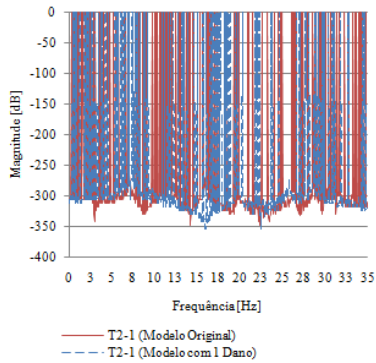


Figura 3.6 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

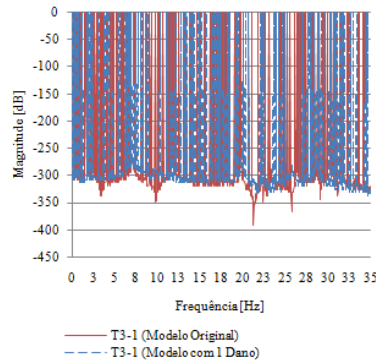


Figura 3.7 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

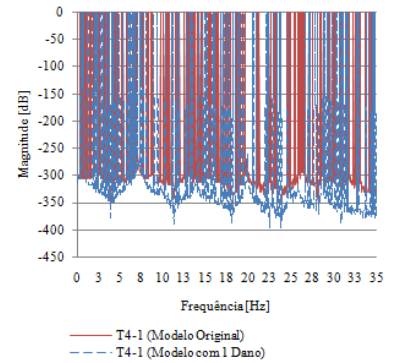


Figura 3.8 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

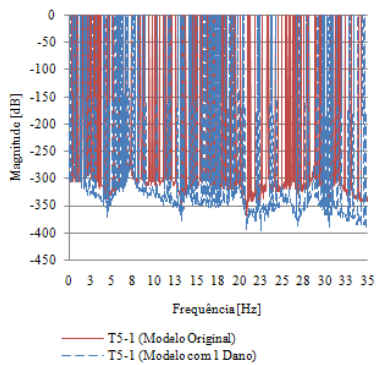


Figura 3.9 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

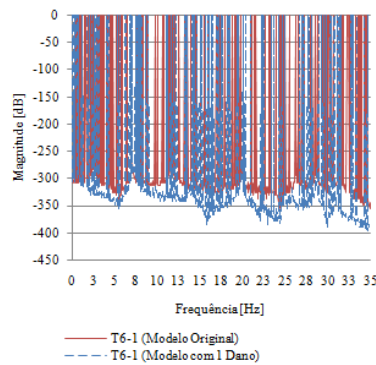


Figura 3.10 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

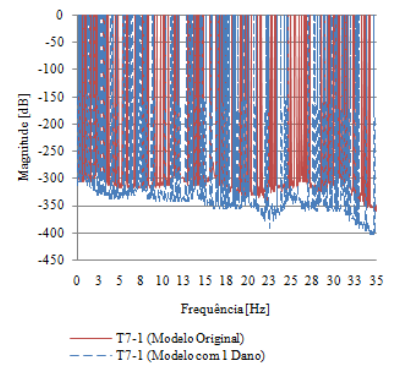


Figura 3.11 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

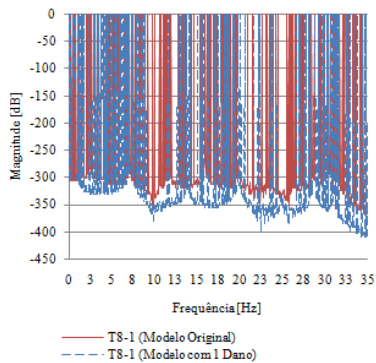


Figura 3.12 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

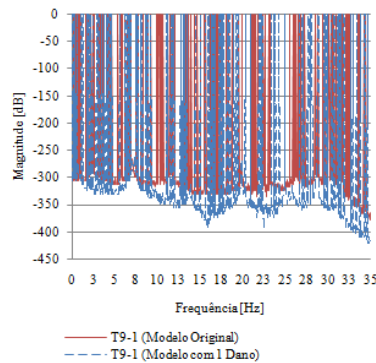


Figura 3.13 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

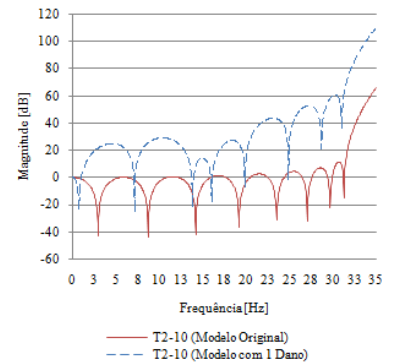


Figura 3.14 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

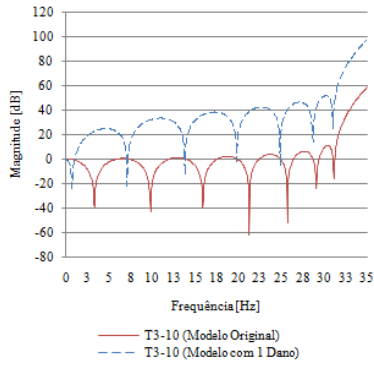


Figura 3.15 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

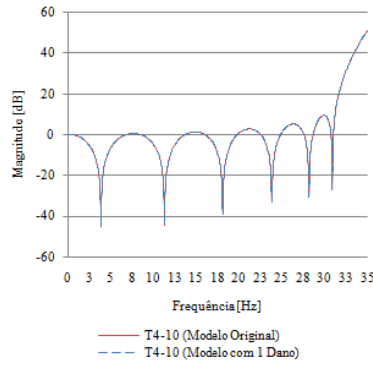


Figura 3.16 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

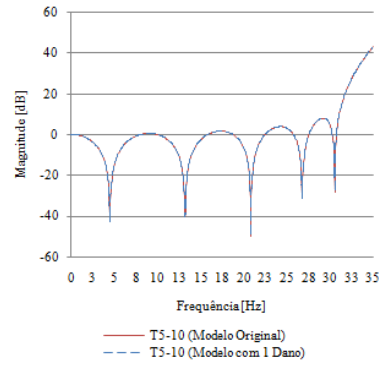


Figura 3.17 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

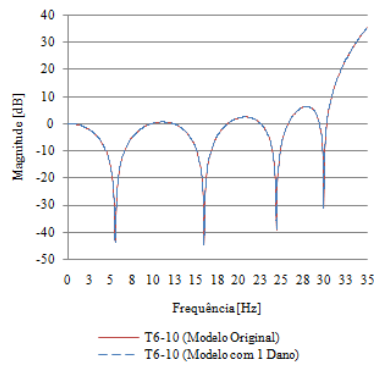


Figura 3.18 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

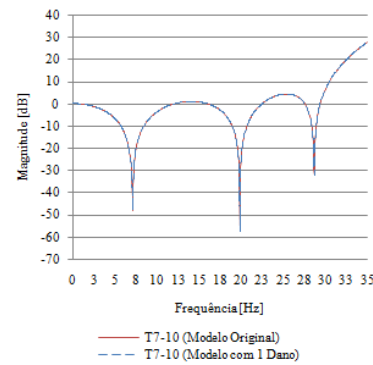


Figura 3.19 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

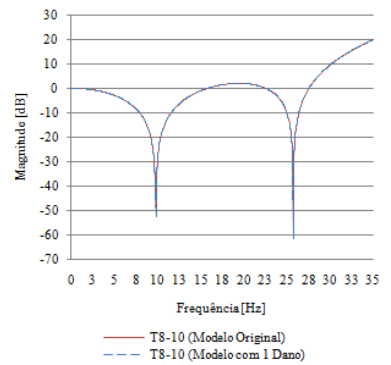


Figura 3.20 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

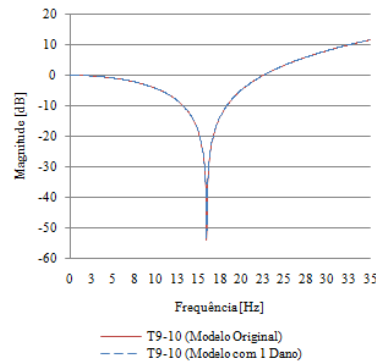


Figura 3.21 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com um dano, observa-se algo importante: os valores das funções de transmissibilidade T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam maus resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com um dano. Tal facto vem comprovar o que já havia sido referido na equação 3.4, como os resultados obtidos nas simulações são apresentados em [dB] e o logaritmo de qualquer

valor que seja zero ou muito próximo de zero é infinito ($\log(T_{U-K}^{(A)} = 0) = \infty \vee \log(T_{U-K}^{(A)} \cong 0) = \infty$) obtêm-se os resultados gráficos apresentados.

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.14 e 3.15 que os valores das funções T_{2-10} e T_{3-10} do modelo original não coincidem com os valores das funções T_{2-10} e T_{3-10} do modelo com um dano. No entanto, através das figuras 3.16 à 3.21 observa-se que os valores das funções T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-10} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original coincidem com os valores das funções T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-10} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo com um dano.

Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado na figura 3.22 um esquema com os resultados deste ensaio.

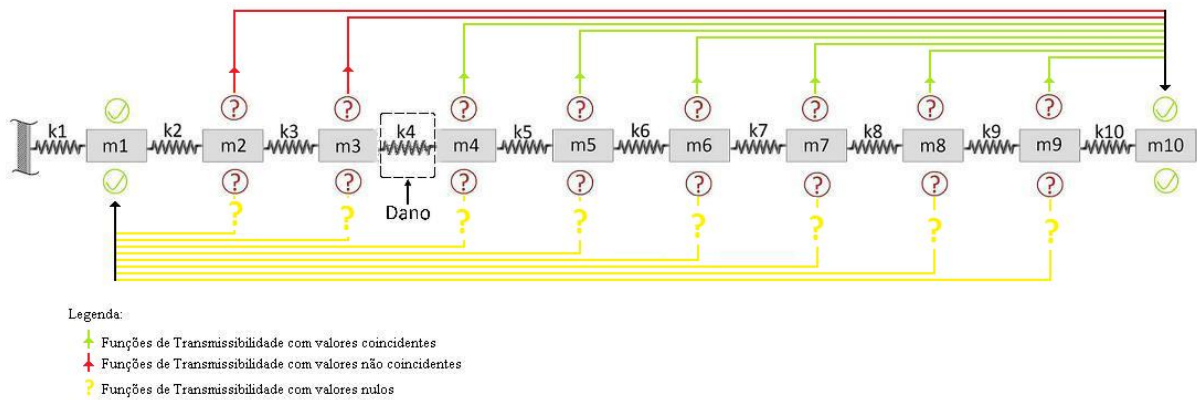


Figura 3.22 – Resultados do Ensaio n.º1

As funções de transmissibilidade são dadas pela razão entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas para um conjunto de forças aplicado. Com base na figura 3.22 é possível constatar que as funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas {4, 5, 6, 7, 8, 9} com a coordenada conhecida 10 para o sistema original e com dano, são coincidentes e que as funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecido {2, 3} com a coordenada conhecida 10, não são coincidentes. Constatase ainda que não é possível obter uma função que relacione a coordenada desconhecida 2 com as coordenadas conhecidas 1. Portanto, caso não se conheça que a modificação de rigidez foi feita na mola k_4 , com este ensaio consegue-se determinar um intervalo de coordenadas a onde é mais provável existir dano (perda de rigidez), como indica a figura 3.23.

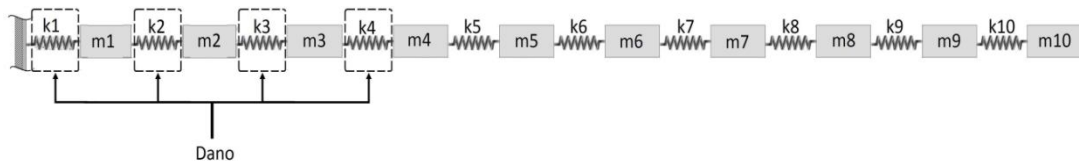


Figura 3.23 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º2

No segundo ensaio pretendeu-se verificar se os resultados observados no primeiro ensaio se mantinham caso se modificasse a posição de aplicação das forças dinâmicas. Para isso foi deslocado o par de forças dinâmicas para as coordenadas 2 e 3, como indica a figura 3.24.

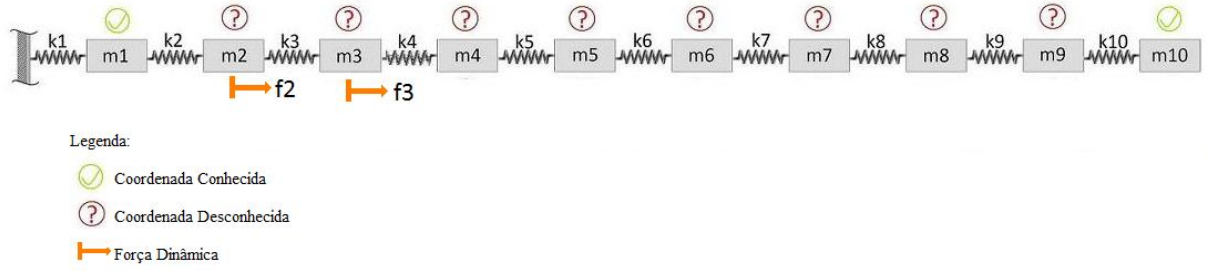


Figura 3.24 – Ensaio n.º 2

Para este segundo ensaio a matriz de transmissibilidade designada entre o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ e o conjunto de coordenadas conhecidas $\{1, 10\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{2, 3\}$ é dado por:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(2,3)} & T_{2-10}^{(2,3)} \\ T_{3-1}^{(2,3)} & T_{3-10}^{(2,3)} \\ T_{4-1}^{(2,3)} & T_{4-10}^{(2,3)} \\ T_{5-1}^{(2,3)} & T_{5-10}^{(2,3)} \\ T_{6-1}^{(2,3)} & T_{6-10}^{(2,3)} \\ T_{7-1}^{(2,3)} & T_{7-10}^{(2,3)} \\ T_{8-1}^{(2,3)} & T_{8-10}^{(2,3)} \\ T_{9-1}^{(2,3)} & T_{9-10}^{(2,3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-2} & H_{2-3} \\ H_{3-2} & H_{3-3} \\ H_{4-2} & H_{4-3} \\ H_{5-2} & H_{5-3} \\ H_{6-2} & H_{6-3} \\ H_{7-2} & H_{7-3} \\ H_{8-2} & H_{8-3} \\ H_{9-2} & H_{9-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-2} & H_{1-3} \\ H_{10-2} & H_{10-3} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.5)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} \\ Z_{4-2} & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & Z_{4-6} & Z_{4-7} & Z_{4-8} & Z_{4-9} \\ Z_{5-2} & Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} & Z_{5-9} \\ Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-10} \\ Z_{4-1} & Z_{4-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com base no que foi referido no primeiro ensaio, de modo a constatar as funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos é calculada a matriz de transmissibilidade associada a matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.6).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Com o auxílio do software MATLAB foi possível constatar, com base na equação anterior que o resultado das funções T_{2-10} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , para qualquer frequência é zero. Como tal, não é possível obter, para estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.2).

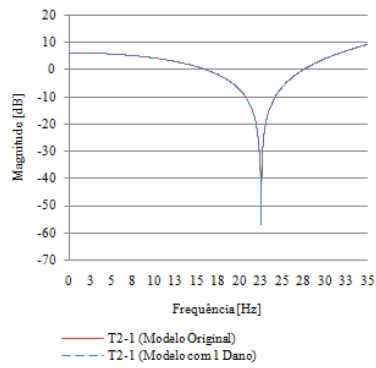


Figura 3.25 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

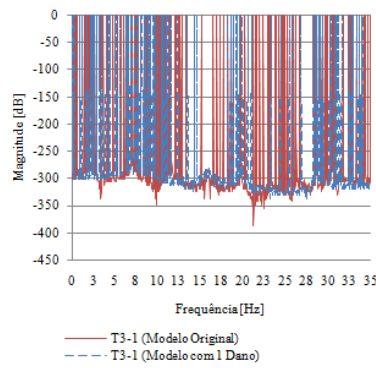


Figura 3.26 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

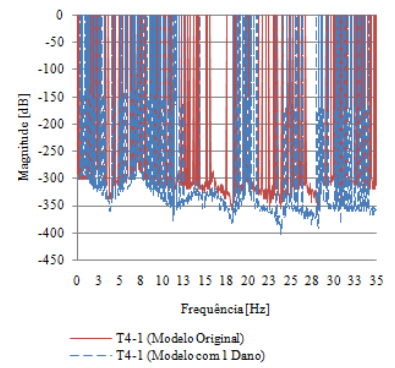


Figura 3.27 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

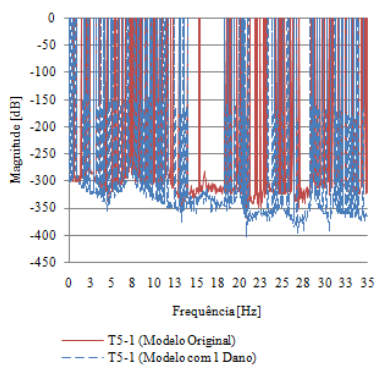


Figura 3.28 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

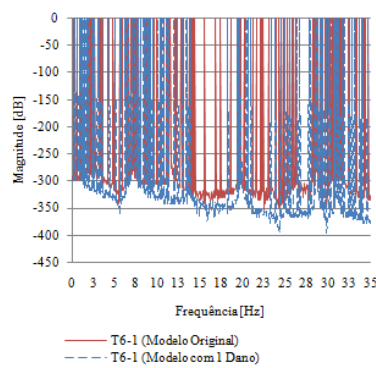


Figura 3.29 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

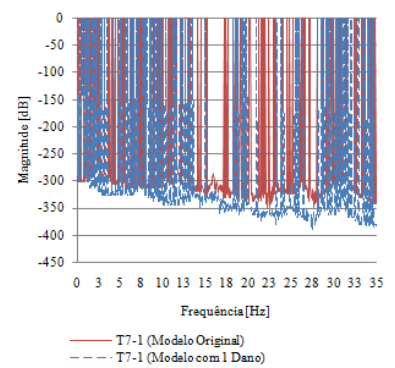


Figura 3.30 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

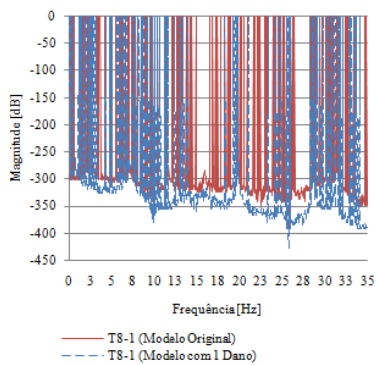


Figura 3.31 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

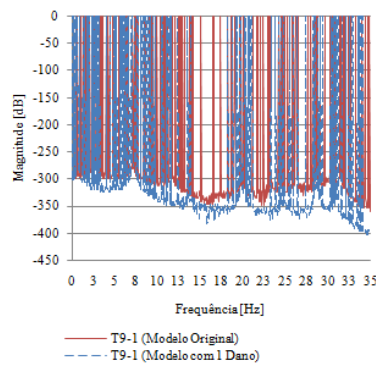


Figura 3.32 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

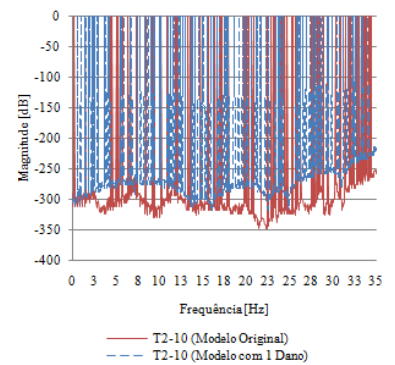


Figura 3.33 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

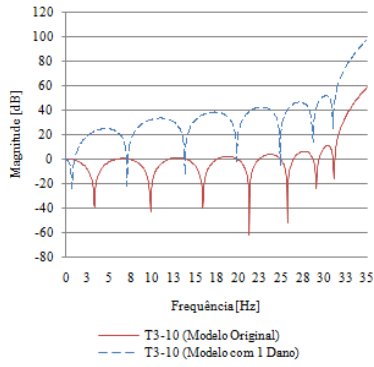


Figura 3.34 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

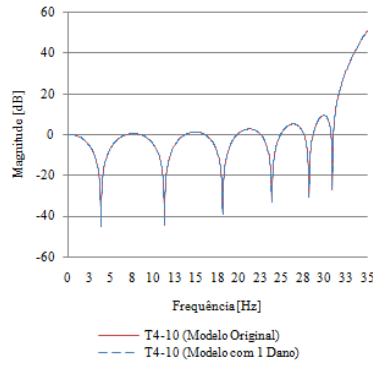


Figura 3.35 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

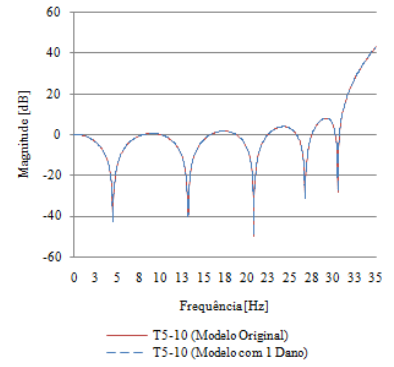


Figura 3.36 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

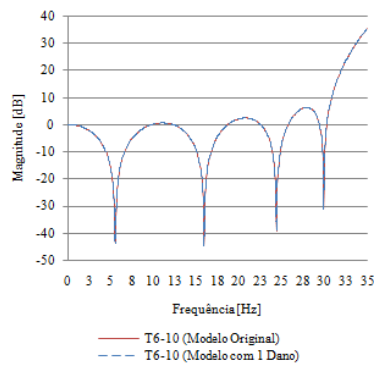


Figura 3.37 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

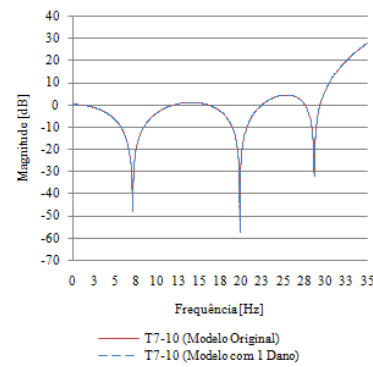


Figura 3.38 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

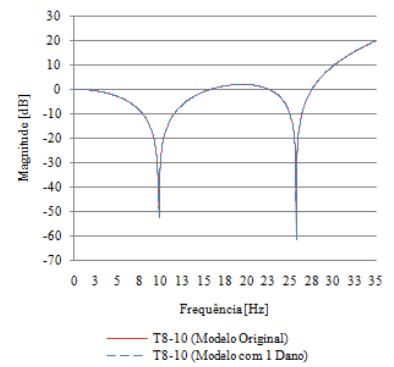


Figura 3.39 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

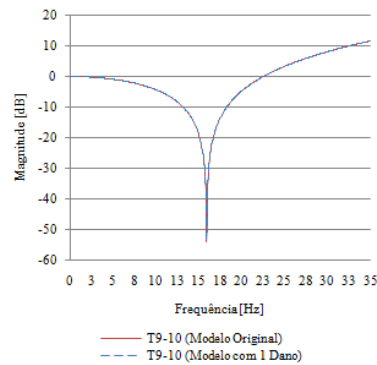


Figura 3.40 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com um dano, observa-se que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-10} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam resultados que não permitem comparar os valores da transmissibilidade do modelo original com os valores do modelo com um dano.

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através da figura 3.34 que os valores da função T_{3-10} do modelo original não coincidem com os valores das funções T_{3-10} do modelo com um dano. No entanto, através das figuras 3.25 e da 3.35 à 3.40 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-10} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original são coincidentes com os valores das mesmas funções do modelo com um dano.

Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado na figura 3.41 um esquema com os resultados deste ensaio.

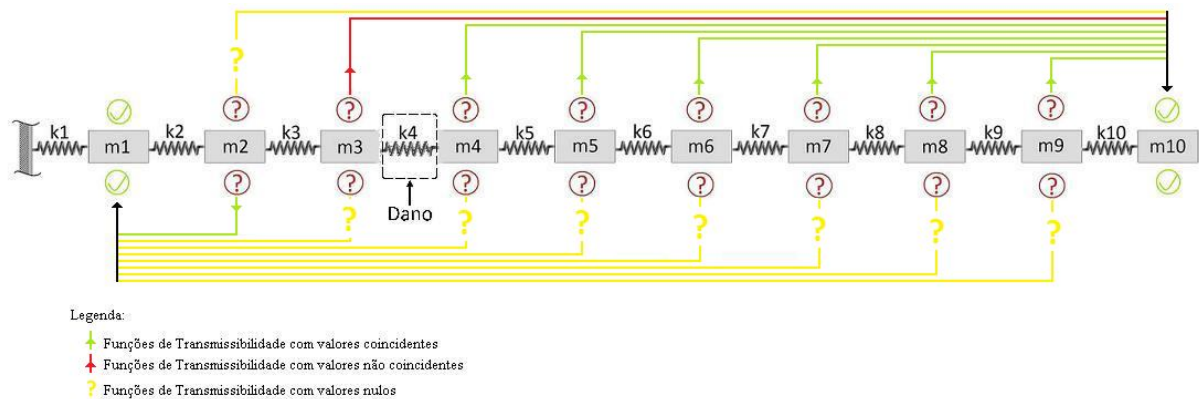


Figura 3.41 – Resultados do Ensaio n.º2

Com base na figura 3.41 é possível constatar que os valores das funções de transmissibilidades que relacionam as coordenadas desconhecidas {4, 5, 6, 7, 8, 9} com a coordenada conhecida 10 e a coordenada desconhecida 2 com a coordenada conhecida 1 para os com e sem dano são coincidentes. Verifica-se ainda que os valores das funções de transmissibilidade que relacionam a coordenada desconhecida 3 com a coordenada conhecida 10 não são coincidentes; não foi possível obter uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 3 com as coordenadas conhecidas 1 ou uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 2 com a coordenada conhecida 10. Portanto, caso não se conheça que a modificação de rigidez foi feita na mola k4, com este ensaio consegue-se verificar que as molas k1 e k2 mantêm a rigidez original o que permite concluir que é mais provável que a perda de rigidez tenha ocorrido nas molas k3 e k4, como indica a figura 3.42.

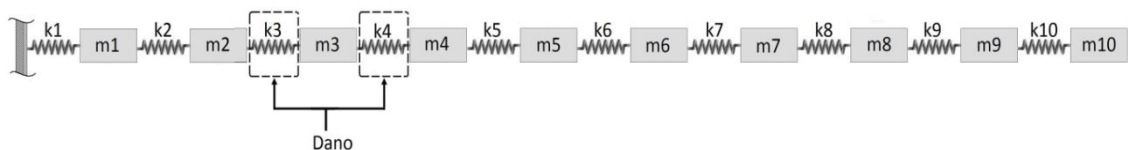


Figura 3.42 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º3

No terceiro ensaio o par de forças dinâmicas foi deslocado para as coordenadas 3 e 4, como indica a figura 3.43. Neste ensaio estamos nas condições de aplicação da propriedade 2 da matriz de transmissibilidade para sistemas MDOF (secção 2.3.3), que afirma que se for realizada uma modificação de rigidez entre as coordenadas de aplicação das forças as funções de transmissibilidade do sistema original e modificado não se alteram.

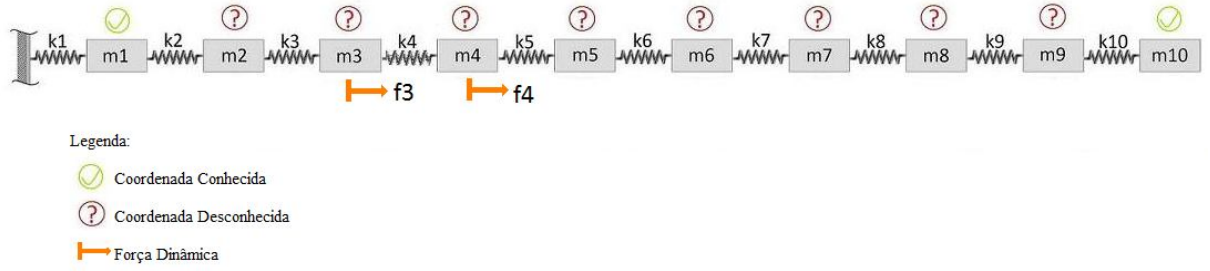


Figura 3.43 – Ensaio n.º 3

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade designada entre o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ o conjunto de coordenadas conhecidas $\{1, 10\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{3, 4\}$ é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(3,4)} & T_{2-10}^{(3,4)} \\ T_{3-1}^{(3,4)} & T_{3-10}^{(3,4)} \\ T_{4-1}^{(3,4)} & T_{4-10}^{(3,4)} \\ T_{5-1}^{(3,4)} & T_{5-10}^{(3,4)} \\ T_{6-1}^{(3,4)} & T_{6-10}^{(3,4)} \\ T_{7-1}^{(3,4)} & T_{7-10}^{(3,4)} \\ T_{8-1}^{(3,4)} & T_{8-10}^{(3,4)} \\ T_{9-1}^{(3,4)} & T_{9-10}^{(3,4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-3} & H_{2-4} \\ H_{3-3} & H_{3-4} \\ H_{4-3} & H_{4-4} \\ H_{5-3} & H_{5-4} \\ H_{6-3} & H_{6-4} \\ H_{7-3} & H_{7-4} \\ H_{8-3} & H_{8-4} \\ H_{9-3} & H_{9-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-4} \\ H_{10-3} & H_{10-4} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.7)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} & Z_{2-9} \\ Z_{5-2} & Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} & Z_{5-9} \\ Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com base no que foi referido nos ensaios anteriores, de modo a constatar as funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos é calculada a matriz de transmissibilidade associada a matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.8).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & 0 \\ Z_{2-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Para este ensaio constatou-se, utilizado o software MATLAB, que as funções T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , são nulas para qualquer frequência. Como tal, não é possível obter, com estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.2).

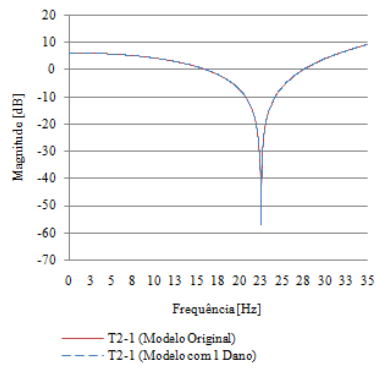


Figura 3.44 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

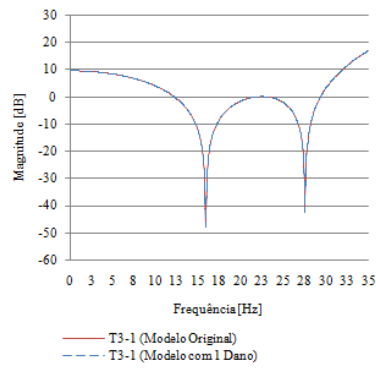


Figura 3.45 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

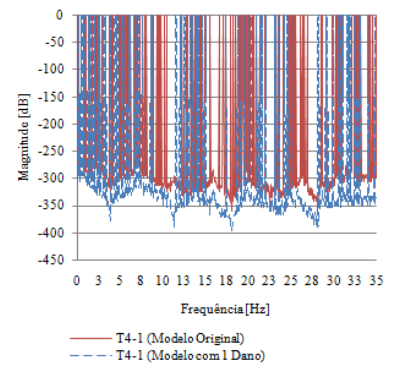


Figura 3.46 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

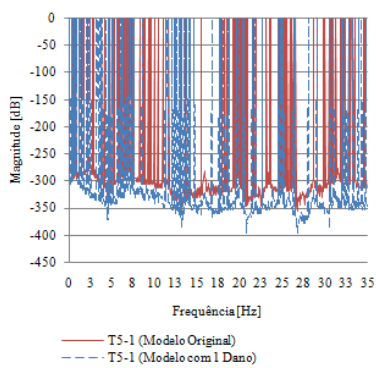


Figura 3.47 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

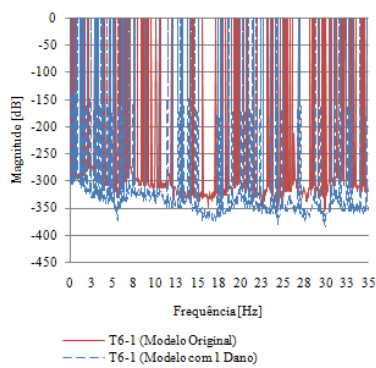


Figura 3.48 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

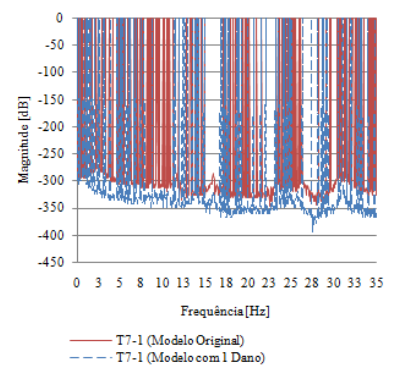


Figura 3.49 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

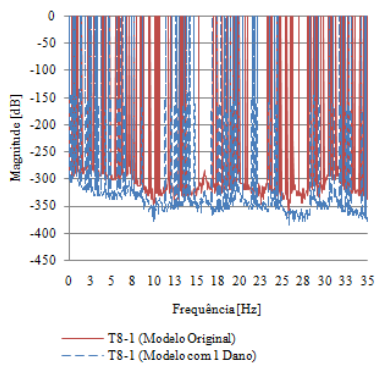


Figura 3.50 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

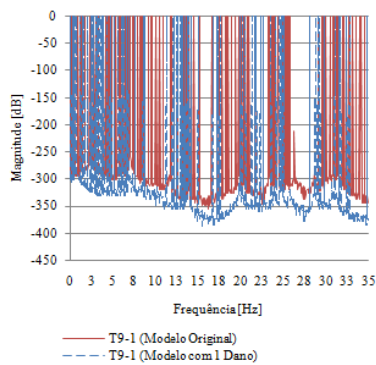


Figura 3.51 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

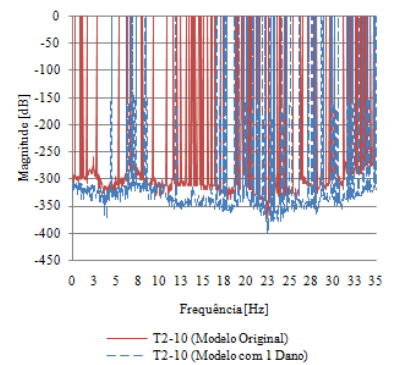


Figura 3.52 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

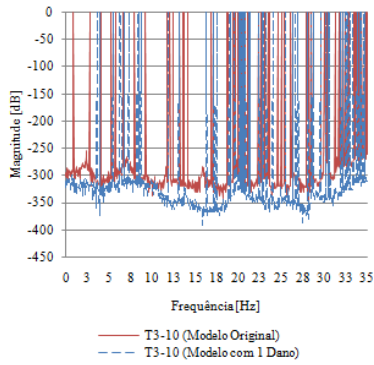


Figura 3.53 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

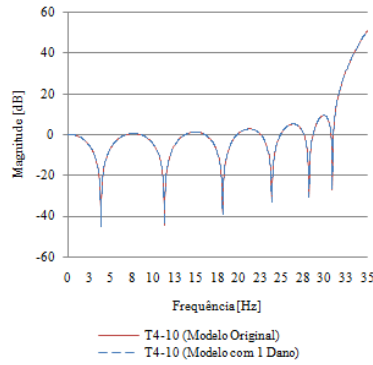


Figura 3.54 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

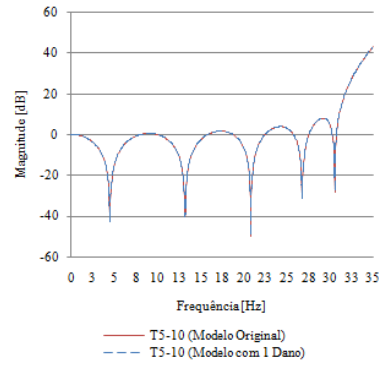


Figura 3.55 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

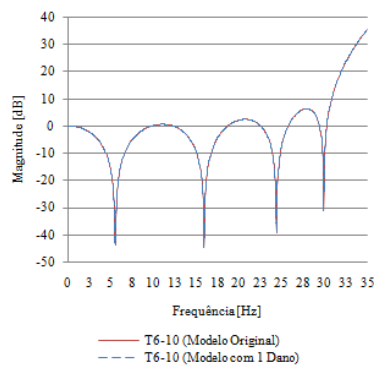


Figura 3.56 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

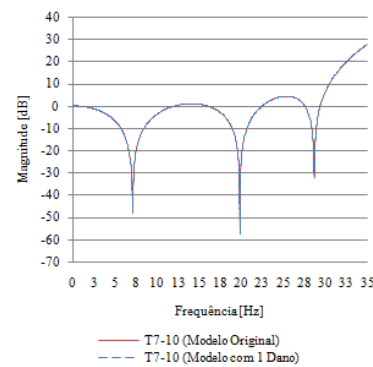


Figura 3.57 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

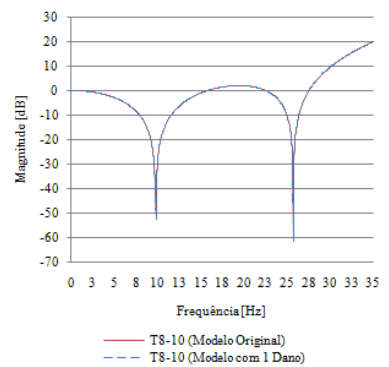


Figura 3.58 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

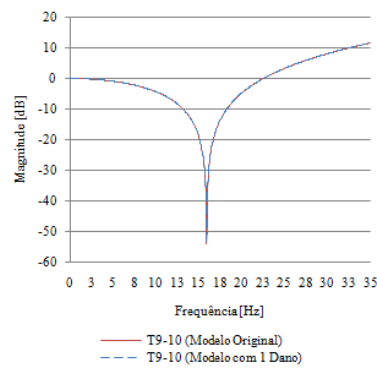


Figura 3.59 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Os resultados obtidos para este ensaio apresentam uma particularidade relativamente aos outros ensaios anteriormente referidos. Analisando os gráficos das funções de transmissibilidade que apresentam resultados não nulos, verifica-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-10} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original coincidem com as mesmas funções de transmissibilidade do modelo com um dano.

Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado na figura 3.60 um esquema com os resultados deste ensaio.

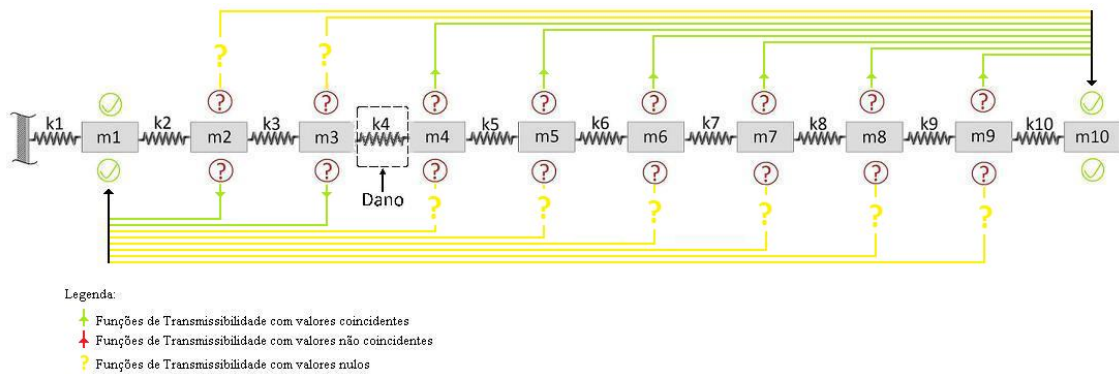


Figura 3.60 – Resultados do Ensaio n.º3

Seguindo a mesma linha de raciocínio dos ensaios anteriores, com base na figura 3.60, pode-se constatar o seguinte: os valores das funções de transmissibilidades entre o sistema original e com dano são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {4, 5, 6, 7, 8, 9} para a coordenada conhecida 10 e do conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3} para a coordenada conhecida 1. Observa-se portanto uma coincidência perfeita entre todas as transmissibilidades do sistema original e com dano, que foram possíveis obter, o que confirma o que foi dito na propriedade 2 (secção 2.3.3). Com este ensaio estamos portanto em condições de afirmar que o dano se encontrava entre as coordenadas 3 e 4, ou seja na alteração de rigidez da mola k_4 , como indica a figura 3.61.

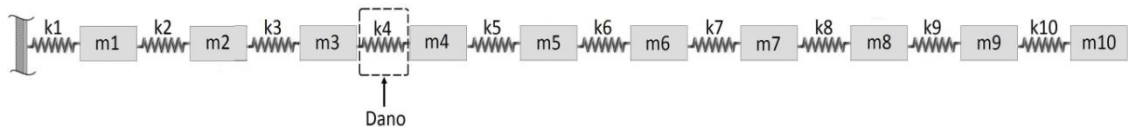


Figura 3.61 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º4

No quarto ensaio o par de forças dinâmicas foi deslocado para as coordenadas 4 e 5, como indica a figura 3.62. Este ensaio foi realizado para verificar as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade, do modelo em estudo, se as forças dinâmicas forem aplicadas depois do dano.

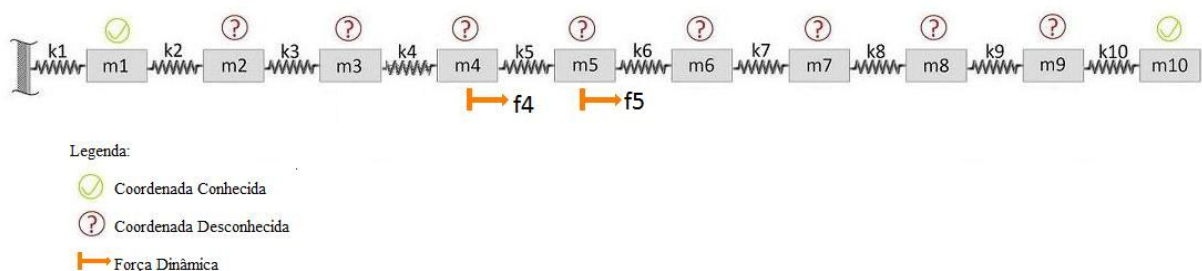


Figura 3.62 – Ensaio n.º 4

A matriz das funções de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{1, 10\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{4, 5\}$ é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(4,5)} & T_{2-10}^{(4,5)} \\ T_{3-1}^{(4,5)} & T_{3-10}^{(4,5)} \\ T_{4-1}^{(4,5)} & T_{4-10}^{(4,5)} \\ T_{5-1}^{(4,5)} & T_{5-10}^{(4,5)} \\ T_{6-1}^{(4,5)} & T_{6-10}^{(4,5)} \\ T_{7-1}^{(4,5)} & T_{7-10}^{(4,5)} \\ T_{8-1}^{(4,5)} & T_{8-10}^{(4,5)} \\ T_{9-1}^{(4,5)} & T_{9-10}^{(4,5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-4} & H_{2-5} \\ H_{3-4} & H_{3-5} \\ H_{4-4} & H_{4-5} \\ H_{5-4} & H_{5-5} \\ H_{6-4} & H_{6-5} \\ H_{7-4} & H_{7-5} \\ H_{8-4} & H_{8-5} \\ H_{9-4} & H_{9-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} \\ H_{10-4} & H_{10-5} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.9)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} & Z_{2-9} \\ Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & Z_{3-5} & Z_{3-6} & Z_{3-7} & Z_{3-8} & Z_{3-9} \\ Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-10} \\ Z_{3-1} & Z_{3-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com base no que foi referido nos ensaios anteriores, de modo a constatar as funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos é calculada a matriz de transmissibilidade associada a matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.10).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & 0 \\ Z_{2-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Como foi feito nos ensaios anteriores, com o auxílio do software MATLAB e como base na equação 3.10, foi possível verificar que o resultado das funções T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , para qualquer frequência é zero. Como tal, não é possível obter, com estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das Funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.2).

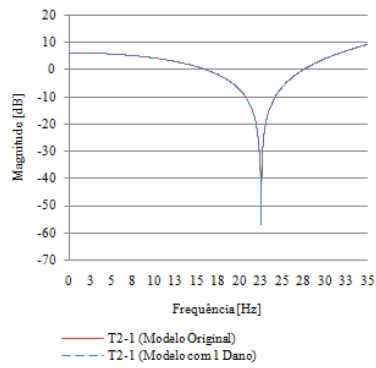


Figura 3.63 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

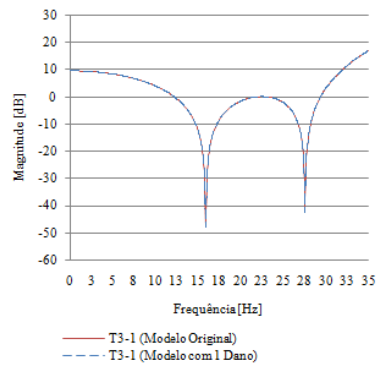


Figura 3.64 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

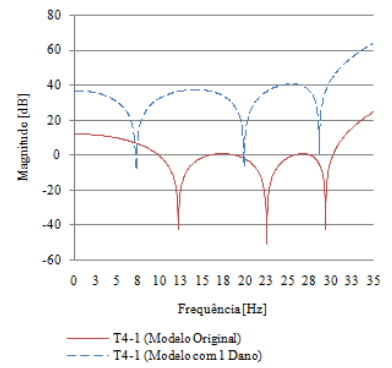


Figura 3.65 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

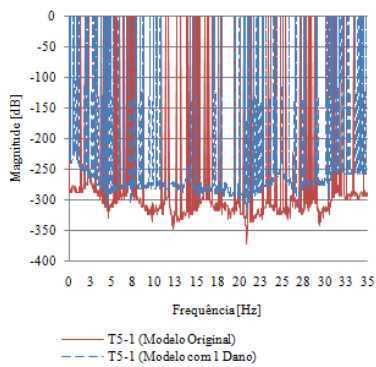


Figura 3.66 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

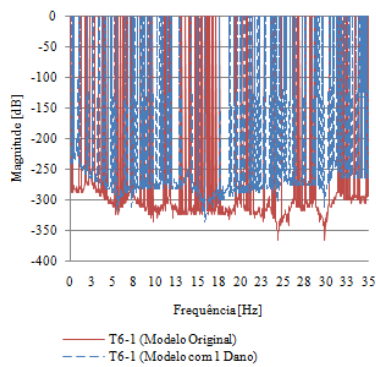


Figura 3.67 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

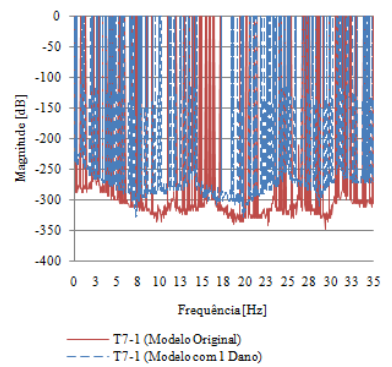


Figura 3.68 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

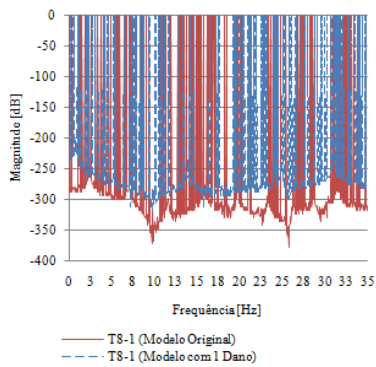


Figura 3.69 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

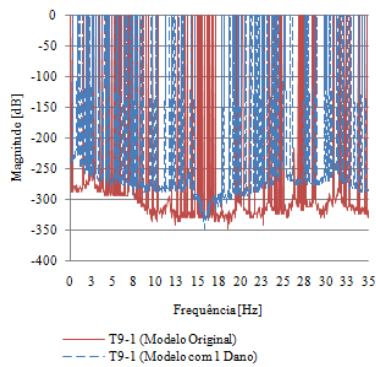


Figura 3.70 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

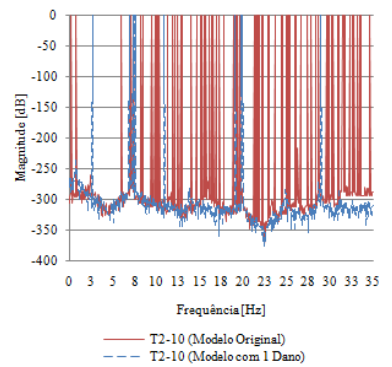


Figura 3.71 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

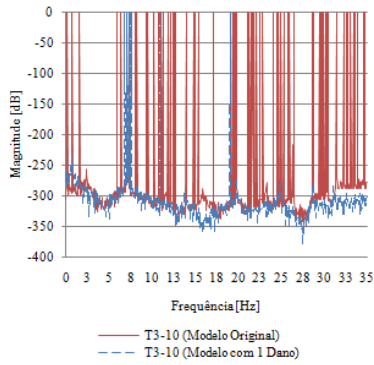


Figura 3.72 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

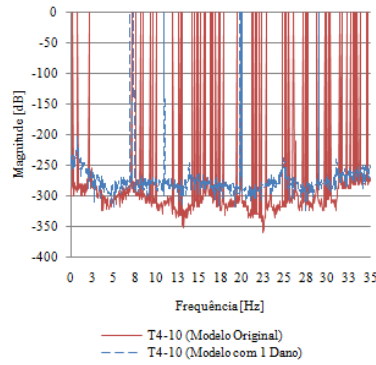


Figura 3.73 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

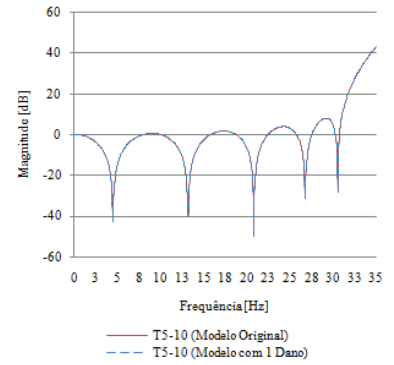


Figura 3.74 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

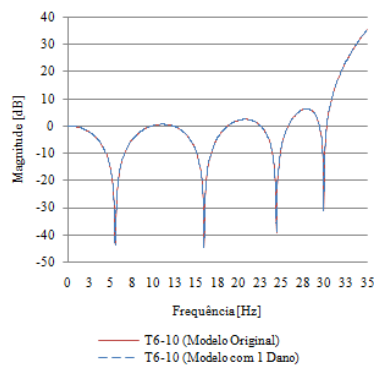


Figura 3.75 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

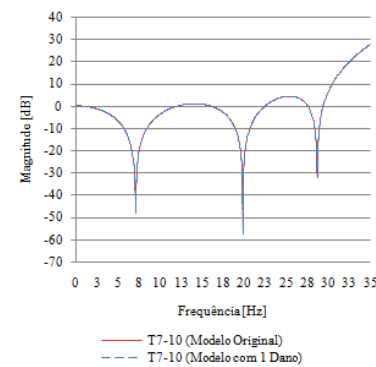


Figura 3.76 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

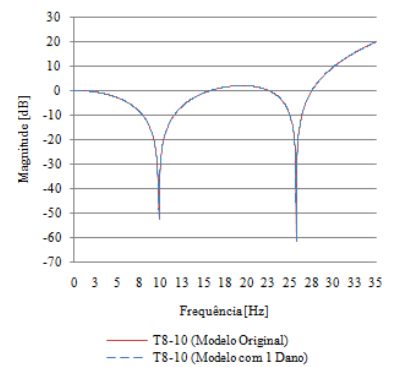


Figura 3.77 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

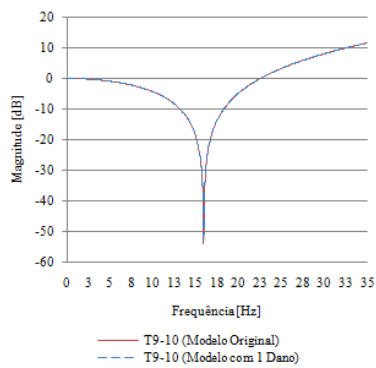


Figura 3.78 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Com base no que foi referido na equação 3.10 constata-se que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} apresentam resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com um dano. Como já foi referido nos ensaios anteriores esse facto deve-se a um problema de formulação matemática na apresentação dos resultados.

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através da figura 3.65 que os valores da função de transmissibilidade T_{4-1} do modelo original não coincidem com os valores das funções T_{4-1} do modelo com um dano. No entanto, através das figuras 3.63, 3.64 e da 3.74 à 3.78 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-10} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original coincidem com os valores das mesmas funções do modelo com um dano. Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado o esquema da figura 3.79.

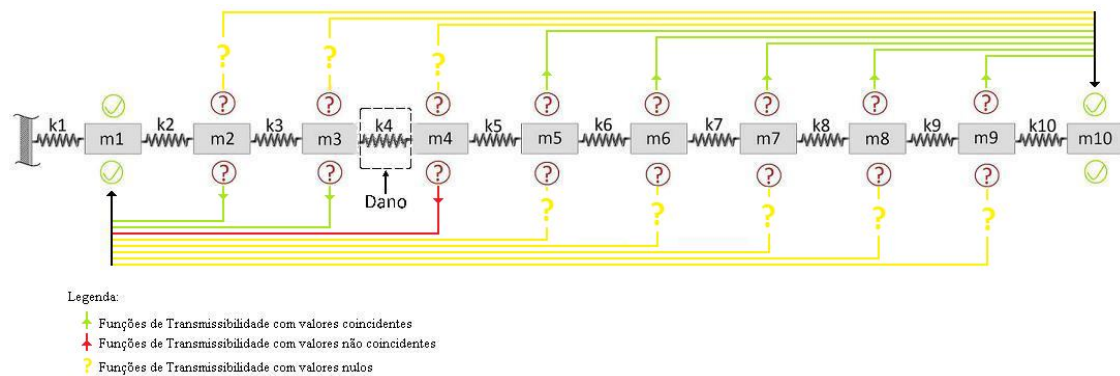


Figura 3.79 – Resultados do Ensaio n.º4

Com base na figura 3.79 é possível constatar que os valores das funções de transmissibilidades do modelo original e do modelo com um dano são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {4, 5, 6, 7, 8, 9} para a coordenada conhecida 10 e do conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3} para a coordenada conhecida 1. Os valores da função de transmissibilidade que relaciona a coordenada desconhecida 4 com a coordenada conhecida 1 não são coincidentes e que não foi possível obter uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 4 com as coordenadas conhecidas 10 ou uma função que relacione a coordenada desconhecida 5 com a coordenada conhecida 1. Portanto, caso se desconhecêsse que a modificação de rigidez tenha sido feita na mola k_4 , com este ensaio era possível verificar que as molas k_1 , k_2 e k_3 mantinham a sua rigidez original, logo o mais provável é que, perda de rigidez tivesse ocorrido nas molas k_4 e k_5 , como indica a figura 3.80. Os resultados obtidos neste ensaio são em tudo semelhantes ao resultados obtidos no ensaio n.º2, a única diferença é que no segundo ensaio não foi possível obter uma relação que permita verificar o estado da mola k_3 e neste ensaio, não possível obter uma relação que permita verificar o estado da mola k_5 .

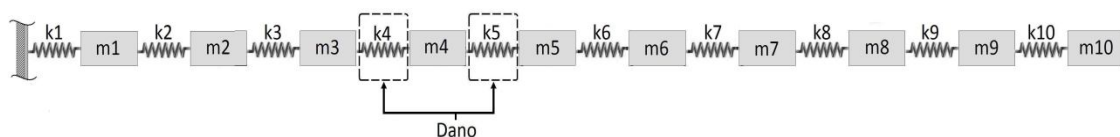


Figura 3.80 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º5

No quinto ensaio o par de forças dinâmicas foi aplicado nas coordenadas 3 e 8, como indica a figura 3.81. O objectivo deste ensaio era constatar quais as possíveis alterações que podem ocorrer nas funções de transmissibilidade, do modelo com e sem dano, se as forças dinâmicas forem aplicadas em coordenadas não consecutivas.

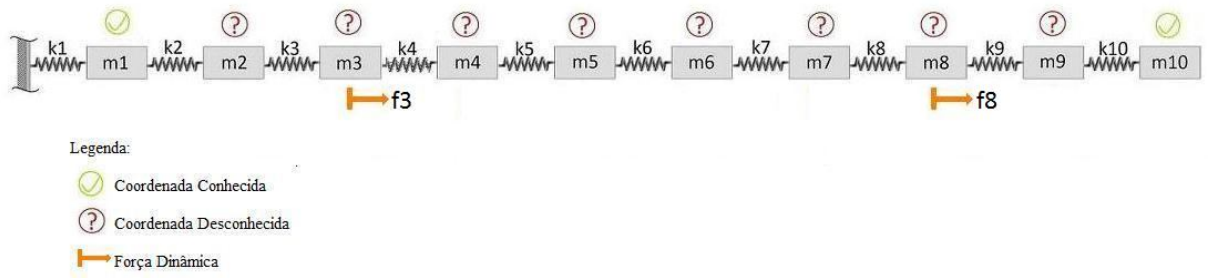


Figura 3.81 – Ensaio n.º 5

A matriz de transmissibilidade que relaciona entre o conjunto de coordenadas desconhecidas {2,3,4,5,6,7,8,9} com o conjunto de coordenadas conhecidas {1, 10}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {3, 8} é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(3,8)} & T_{2-10}^{(3,8)} \\ T_{3-1}^{(3,8)} & T_{3-10}^{(3,8)} \\ T_{4-1}^{(3,8)} & T_{4-10}^{(3,8)} \\ T_{5-1}^{(3,8)} & T_{5-10}^{(3,8)} \\ T_{6-1}^{(3,8)} & T_{6-10}^{(3,8)} \\ T_{7-1}^{(3,8)} & T_{7-10}^{(3,8)} \\ T_{8-1}^{(3,8)} & T_{8-10}^{(3,8)} \\ T_{9-1}^{(3,8)} & T_{9-10}^{(3,8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-3} & H_{2-8} \\ H_{3-3} & H_{3-8} \\ H_{4-3} & H_{4-8} \\ H_{5-3} & H_{5-8} \\ H_{6-3} & H_{6-8} \\ H_{7-3} & H_{7-8} \\ H_{8-3} & H_{8-8} \\ H_{9-3} & H_{9-8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-8} \\ H_{10-3} & H_{10-8} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.11)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} & Z_{2-9} \\ Z_{4-2} & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & Z_{4-6} & Z_{4-7} & Z_{4-8} & Z_{4-9} \\ Z_{5-2} & Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} & Z_{5-9} \\ Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-10} \\ Z_{4-1} & Z_{4-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com base no que foi referido nos ensaios anteriores, de modo a constatar as funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos é calculada a matriz de transmissibilidade associada a matriz de rigidez, como indica a equação (3.12).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & 0 \\ Z_{2-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Como foi feito nos ensaios anteriores, com o auxílio do software MATLAB e como base na equação 3.12, foi possível verificar que o resultado das funções de transmissibilidade T_{8-1} , T_{9-1} , T_{2-10} , T_{3-10} e T_{4-10} , é zero para qualquer frequência. Como tal, não é possível obter, com estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das Funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.2).

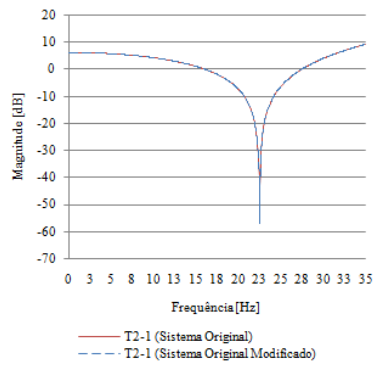


Figura 3.82 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

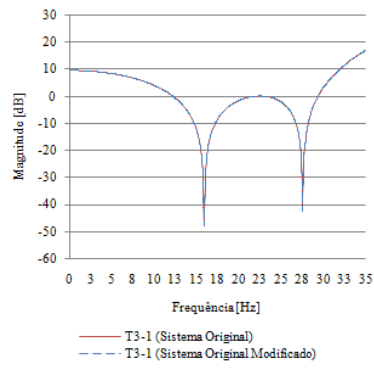


Figura 3.83 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

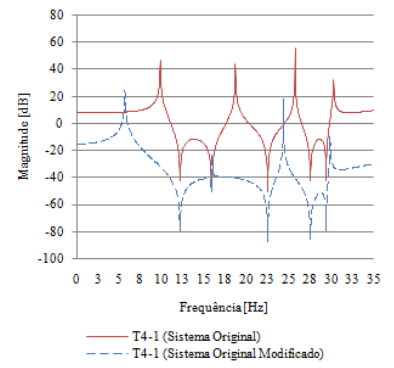


Figura 3.84 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

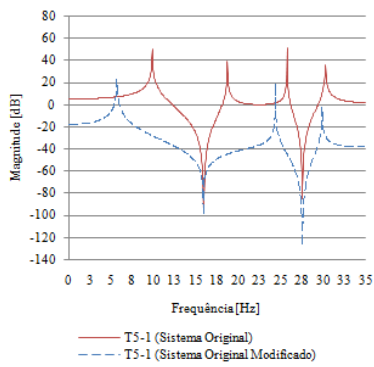


Figura 3.85 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

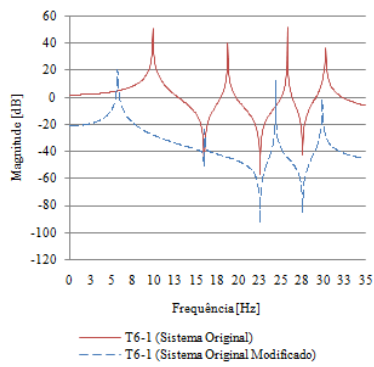


Figura 3.86 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

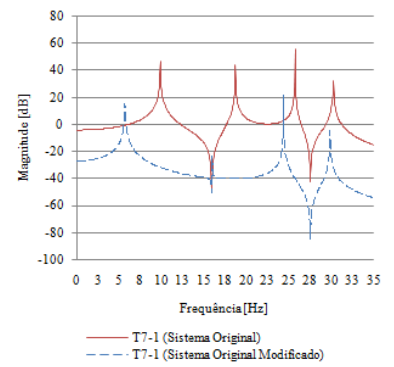


Figura 3.87 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

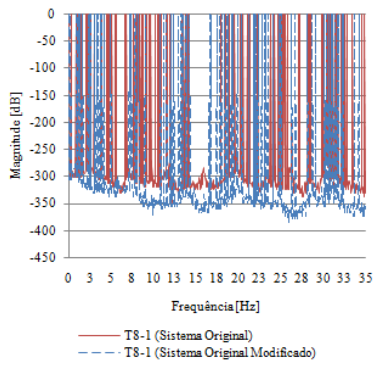


Figura 3.88 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

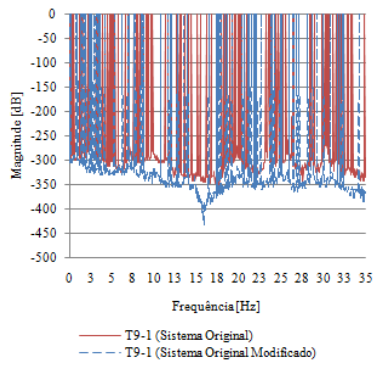


Figura 3.89 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

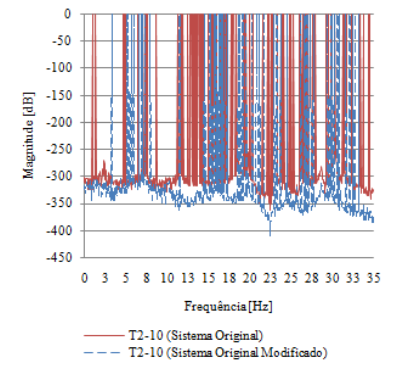


Figura 3.90 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

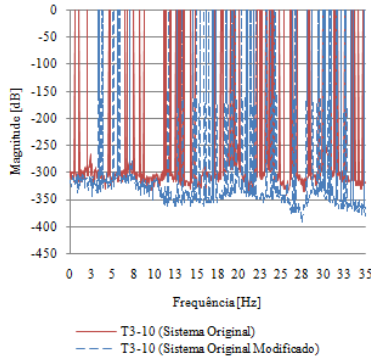


Figura 3.91 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

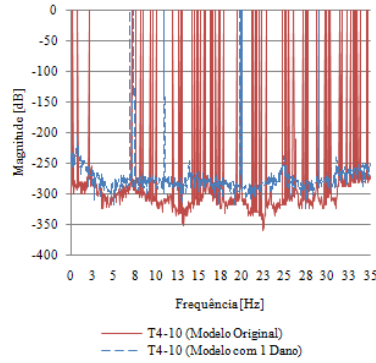


Figura 3.92 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

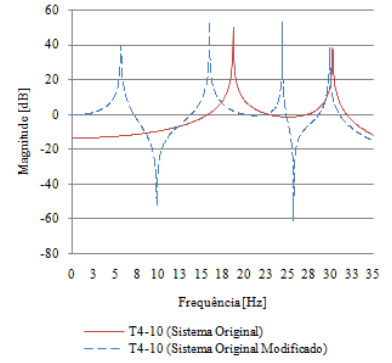


Figura 3.93 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

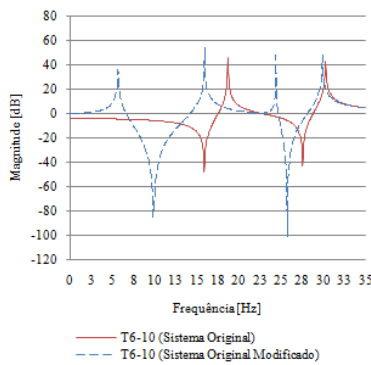


Figura 3.94 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

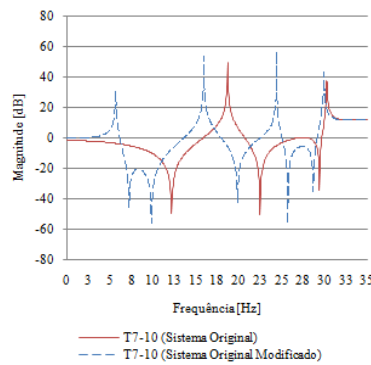


Figura 3.95 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

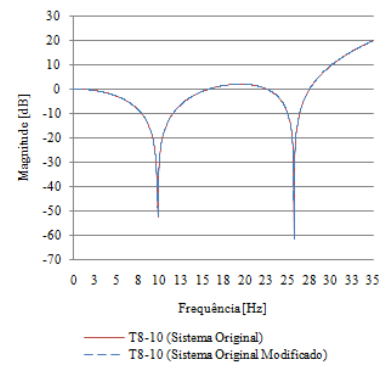


Figura 3.96 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

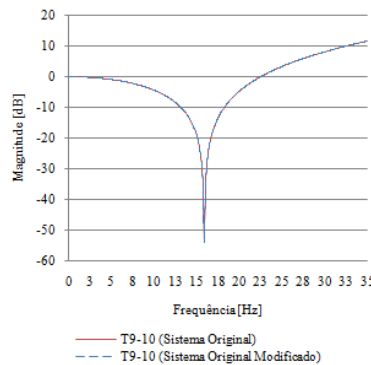


Figura 3.97 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras da 3.84 à 3.87 e da 3.93 à 3.95 que os valores das funções de transmissibilidade T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{5-10} , T_{6-10} e T_{7-10} do modelo original não coincidem com os valores das mesmas funções do modelo com um dano. No entanto, através das figuras 3.82, 3.83, 3.96 e 3.97 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original coincidem com os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo

com um dano. Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado o esquema da figura 3.98.

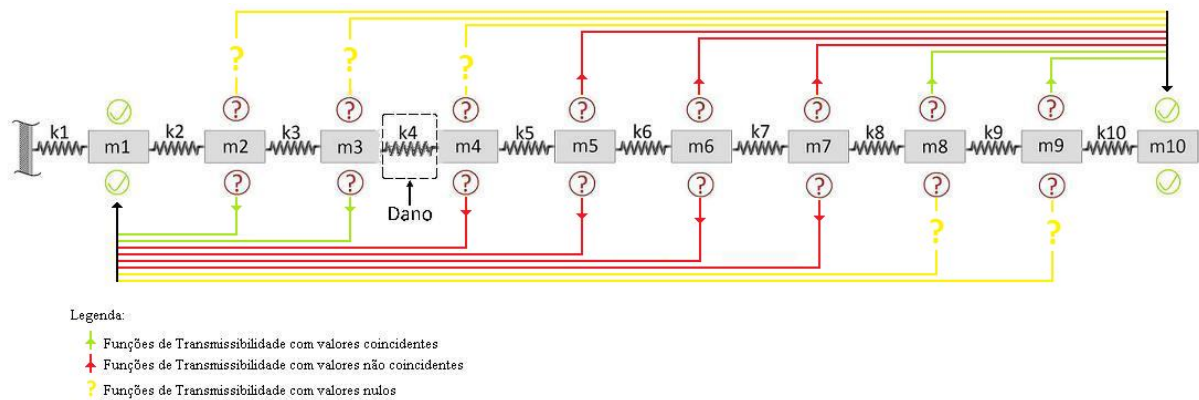


Figura 3.98 – Resultados do Ensaio n.º5

Com base na figura 3.98 é possível constatar que os valores das funções de transmissibilidades são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {8, 9} para a coordenada conhecida 10 e do conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3} para a coordenada conhecida 1. No entanto não possível obter as funções de transmissibilidade que relacionem o conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3, 4} com a coordenada conhecida 10 ou as funções de transmissibilidade que relacionem o conjunto de coordenadas desconhecidas {8, 9} com a coordenada conhecida 1. Portanto, caso não conhecesse que a modificação de rigidez havia ocorrido na mola k_4 , com este ensaio seria possível definir como intervalo possível para a existência de dano o intervalo compreendido entre as coordenadas 3 e 8, como indica a figura 3.99. Com este ensaio verificar-se algo importante, se forem considerados os extremos do modelo em estudo como coordenadas conhecidas e se existir um dano entre as coordenadas onde são aplicadas as forças dinâmicas, então os valores das funções de transmissibilidades das coordenadas que relacionam as coordenadas desconhecidas compreendidas entre as forças com as coordenadas conhecidas, neste caso T_{4-1} ; T_{5-10} ; T_{6-10} e T_{7-10} , não vão ser coincidentes devido ao dano. Ou seja, fora das coordenadas a onde são aplicadas as forças os valores das transmissibilidades são coincidentes e dentro das coordenadas onde são aplicadas as forças não são coincidentes.

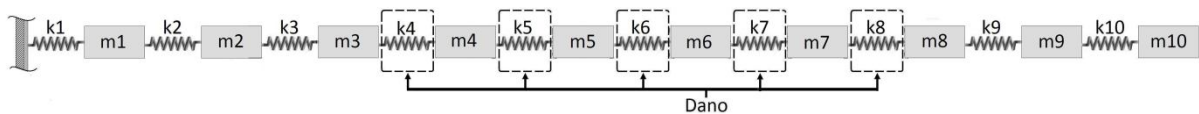


Figura 3.99 – Modelo com localização mais provável do dano

3.5.2 Estrutura com 2 Danos

Após ter sido concluído que é possível identificar a existência de um dano e determinar a sua localização exacta no modelo em estudo, foram realizados mais ensaios com o objectivo de tentar verificar se é possível identificar e localizar mais do que um dano no mesmo modelo. Para simular esta situação procedeu-se a modificação dos valores de rigidez do modelo original, com foi mencionado na secção 3.3, com os valores apresentados na tabela 3.3. O procedimento inicial utilizado para esta nova situação de estudo será o mesmo que o descrito na secção 3.5.1, ou seja serão efectuados os mesmos ensaios que foram realizados para a situação de um dano no modelo em estudo.

Identificação da Existência de Dano

O *Programa Dinâmico* foi utilizado de modo a simular uma situação com dois danos no modelo original. Após a determinação das FRFs para o modelo original (tabela 3.1) e das FRFs calculadas para o modelo com dois danos (tabela 3.3), foi aplicado o *Indicador de Norma*, tendo sido obtidos os resultados que são apresentados no gráfico seguinte, para uma gama de frequência pré-definida.

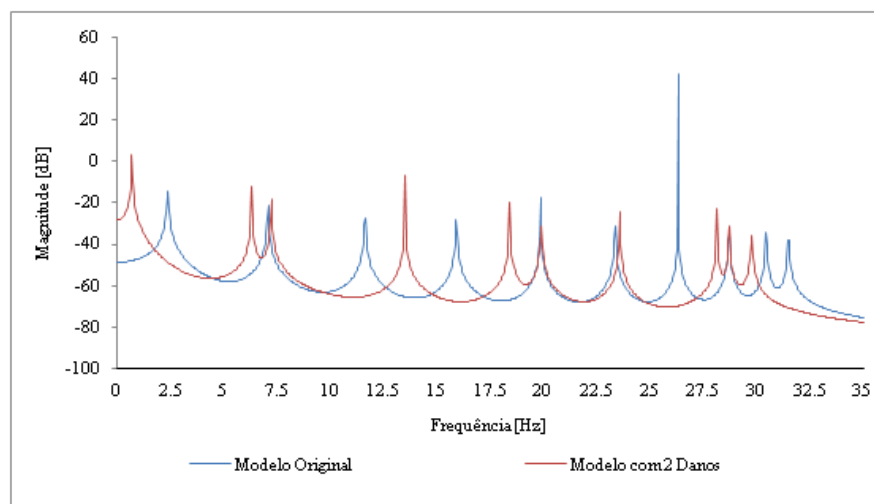


Figura 3.100 – *Indicador de Norma (IN)* calculado para o Modelo Original e para o Modelo Original com 2 Danos

Com base nos resultados obtidos, pode verificar-se que, os valores calculados para o modelo original não são iguais aos valores calculados para o modelo com dois danos. Dado isto, verifica-se que a perda de rigidez considerada nas molas k_4 e k_7 afecta de forma diferente as FRFs do modelo em estudo, o que permite confirmar a existência de dano.

Tal facto vem comprovar que utilização do *Indicador da Norma (IN)* representa uma mais-valia para determinar a existência de danos em estruturas. Da análise do gráfico referente aos resultados obtidos por este indicador, constata-se que para determinar a existência de dano é necessário ter o conhecimento prévio das FRFs da estrutura sem dano mais o conhecimento das FRFs da estrutura com dano.

Localização do Dano

Após a constatação da existência de dano no modelo estudado, pretende-se verificar se é possível determinar a localização dos dois danos (figura 3.3) utilizando o conceito de transmissibilidade e o mesmo procedimento utilizado na secção 3.5.1. Para isso, foram realizados vários ensaios numéricos com o intuito de determinar a possível localização dos danos no modelo estudado (figura 3.1). Nesta fase, também foi utilizado como ferramenta de auxílio o programa desenvolvido (*PD*) para o cálculo da matriz de transmissibilidade do modelo com dois danos. Este estudo consiste em utilizar os valores obtidos das funções de transmissibilidade do modelo original e comparar com os valores calculados das funções de transmissibilidade do modelo com dois danos. Com isso, pretende-se utilizar o mesmo procedimento utilizado na secção 3.5.1 para tentar verificar se é possível determinar a localização dos dois danos no modelo apresentado na figura 3.1.

Ensaio n.º1

No primeiro ensaio, para a situação em que existe dois danos no modelo em estudo, foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º1 da secção 3.5.1 (figura 3.5). Logo a matriz de transmissibilidades associada às matrizes de receptância e de rigidez dinâmica é igual à que foi definida na equação 3.3. Com isso, pode-se constatar pela equação 3.4 que a primeira coluna da matriz $[Z_{BK}]$ é uma coluna de zeros, portanto à partida o resultado das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , para qualquer frequência é zero, como foi constatado no primeiro ensaio.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidades calculadas com o auxílio do *PD* para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

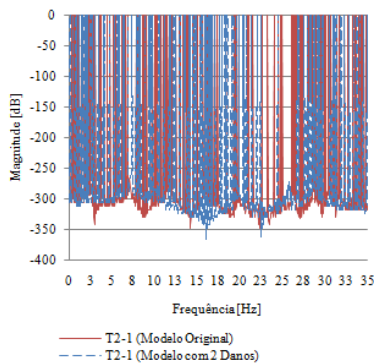


Figura 3.101 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

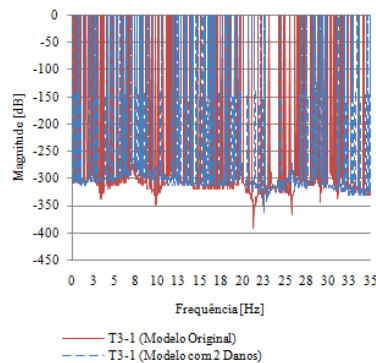


Figura 3.102 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

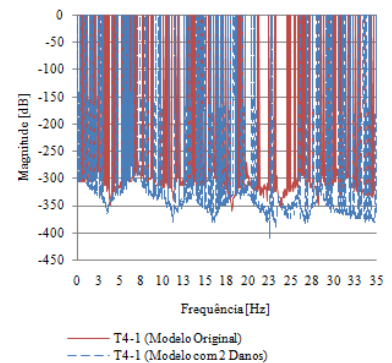


Figura 3.103 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

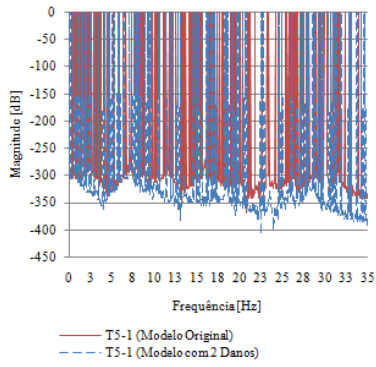


Figura 3.104 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

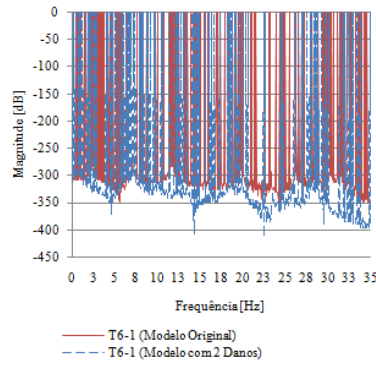


Figura 3.105 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

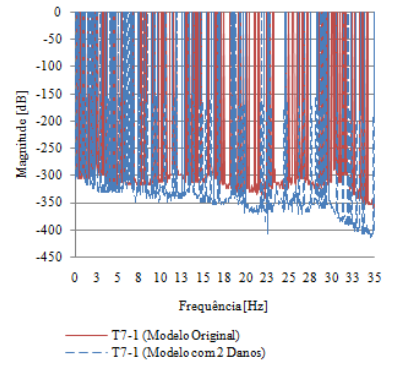


Figura 3.106 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

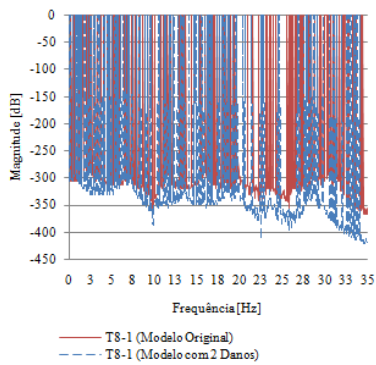


Figura 3.107 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

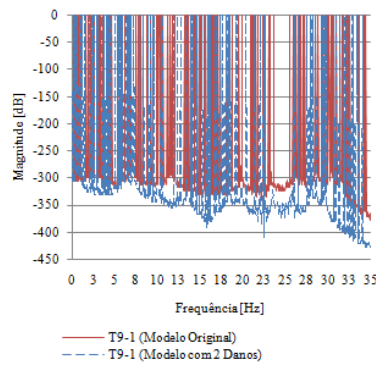


Figura 3.108 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

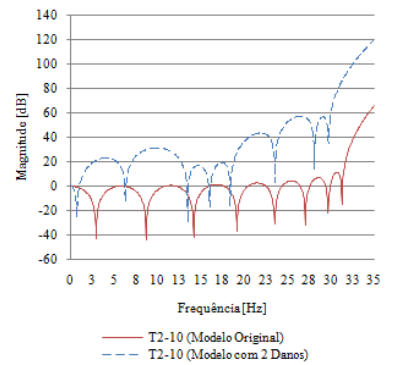


Figura 3.109 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

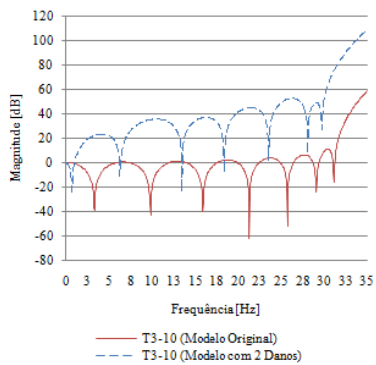


Figura 3.110 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

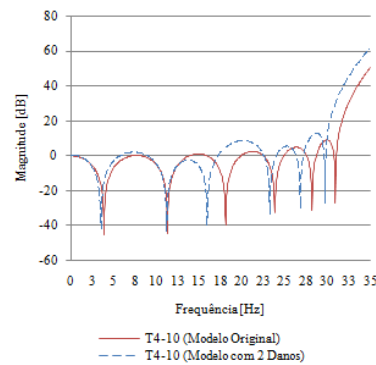


Figura 3.111 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

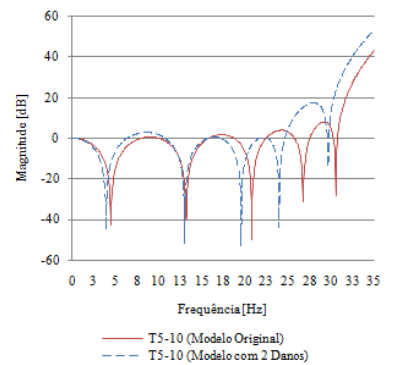


Figura 3.112 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

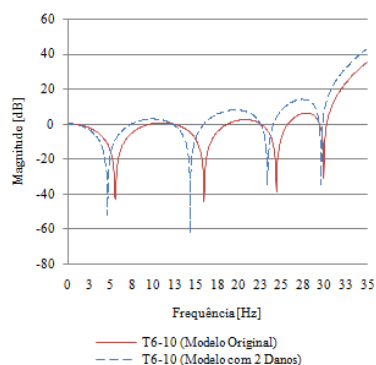


Figura 3.113 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

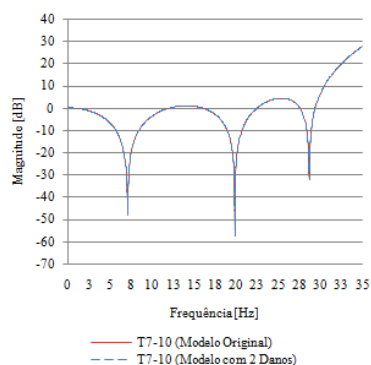


Figura 3.114 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

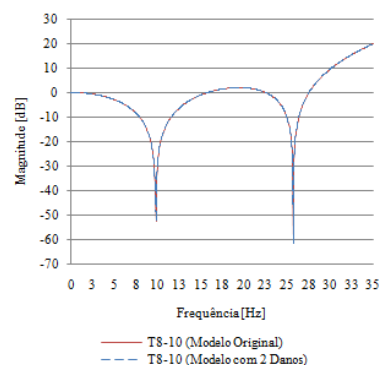


Figura 3.115 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

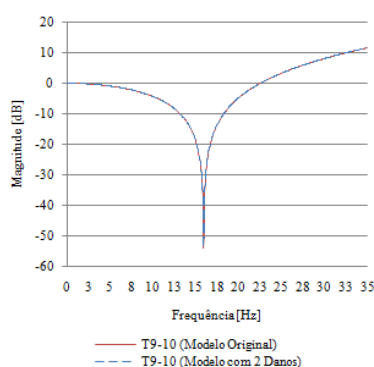


Figura 3.116 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com dois danos, constata-se, o mesmo que foi observado no ensaio n.º1 da secção 3.5.1, que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com um dano.

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.109 e 3.113 que os valores das funções T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-10} e T_{6-10} do modelo original não coincidem com os valores das mesmas funções do modelo com dois danos. No entanto, através das figuras 3.114 à 3.116 observa-se que os valores das funções T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original e com dois danos são coincidentes. Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado o esquema na figura 3.117.

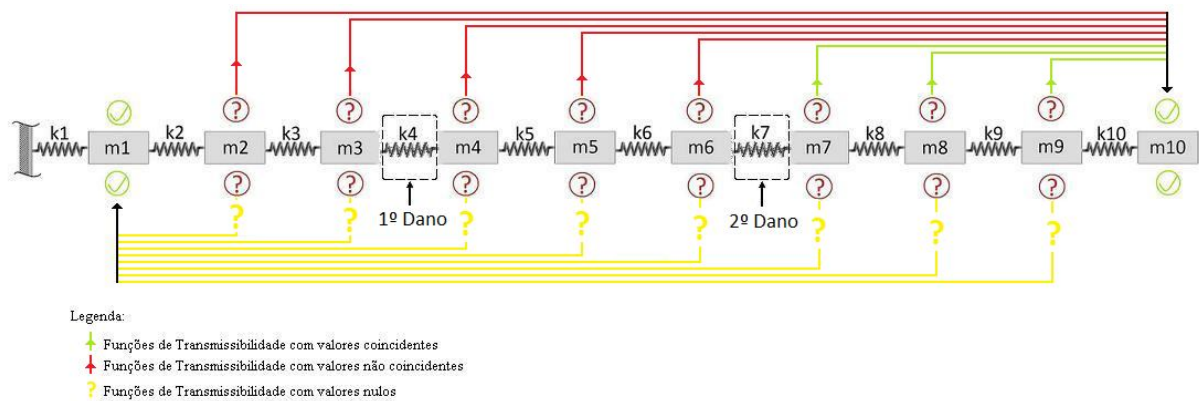


Figura 3.117 – Resultados do Ensaio n.º1

Seguindo a mesma linha de raciocínio que foi utilizada no ensaio n.º1, com base na figura 3.117, pode-se constatar que os valores das funções de transmissibilidade, que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {7, 8, 9} para a coordenada conhecida 10 são coincidentes. Verifica-se ainda que as funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3, 4, 5, 6} com a coordenada conhecida 10 não são coincidentes, bem como que não é possível obter uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 2 com a coordenada conhecida 1. Portanto, caso se desconheça que a modificação de rigidez foi operada nas molas k4 e k7, com este ensaio seria possível definir como intervalo de coordenadas a onde é mais provável existir dano (perda de rigidez) o intervalo compreendido entre a coordenada 1 e 7, como indica a figura 3.118.

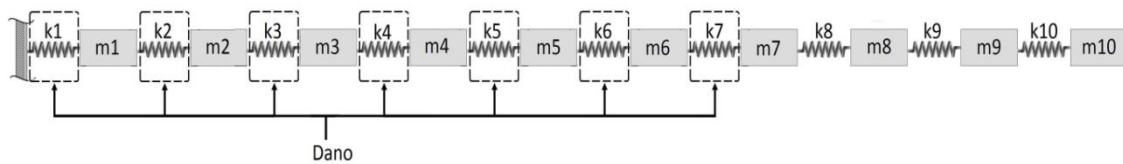


Figura 3.118 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º2

No segundo ensaio pretendeu-se verificar se os resultados observados no ensaio anterior se mantinham caso se, modificasse a posição de aplicação das forças dinâmicas se seria possível, como no ensaio n.º2 (secção 3.5.1), obter uma função que relaciona-se a coordenada desconhecida 2 com a coordenada conhecida 1. Para isso foi deslocado o par de forças dinâmicas para as coordenadas 2 e 3, como indica a figura 3.24.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

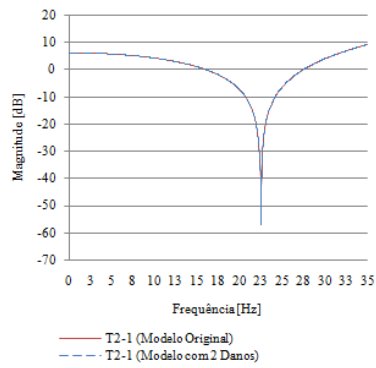


Figura 3.119 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

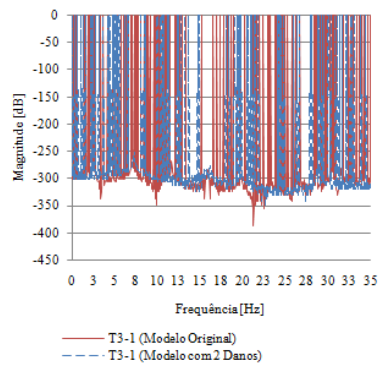


Figura 3.120 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

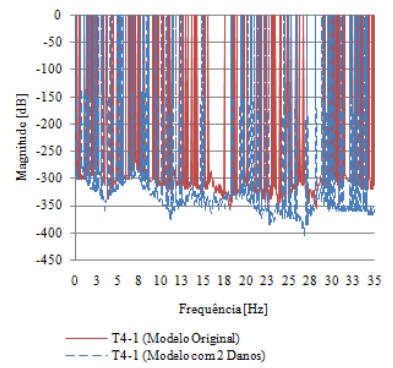


Figura 3.121 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

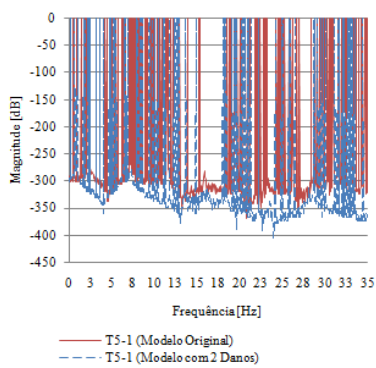


Figura 3.122 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

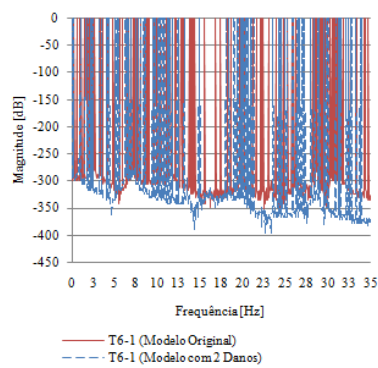


Figura 3.123 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

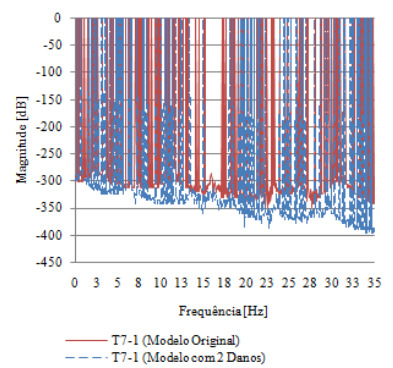


Figura 3.124 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

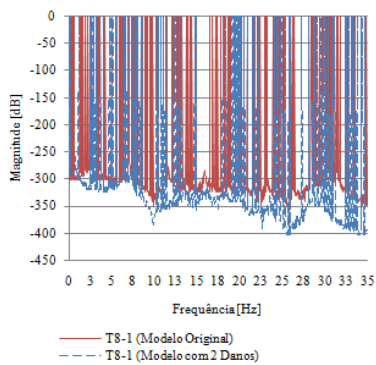


Figura 3.125 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

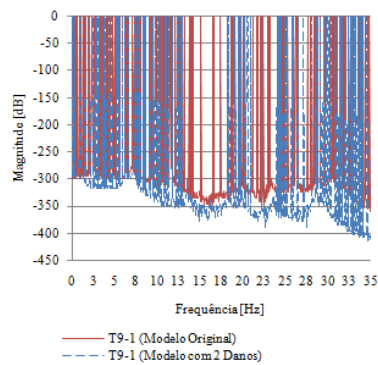


Figura 3.126 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

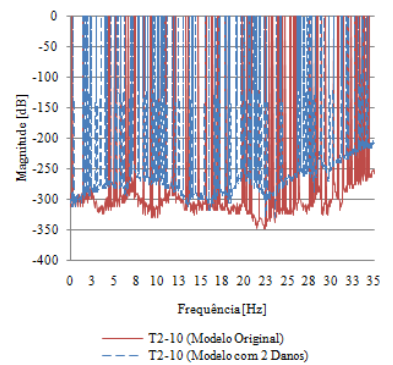


Figura 3.127 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

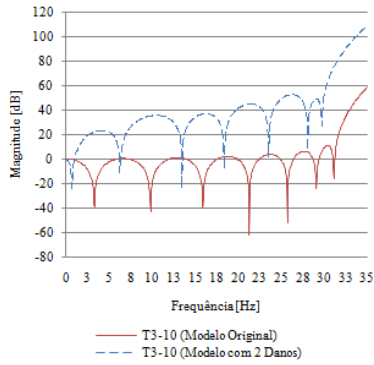


Figura 3.128 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

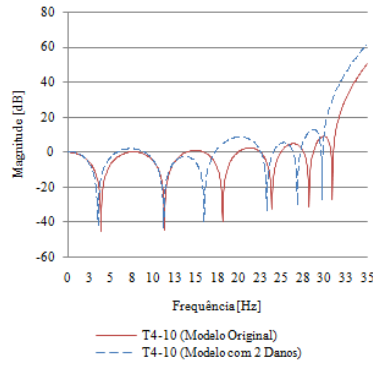


Figura 3.129 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

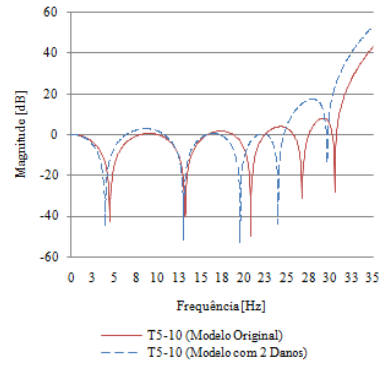


Figura 3.130 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

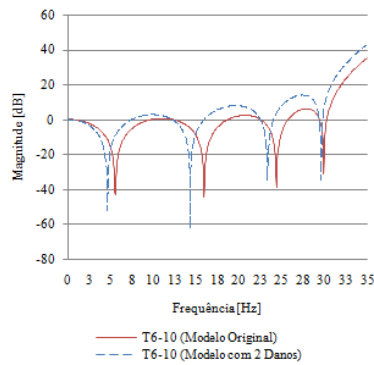


Figura 3.131 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

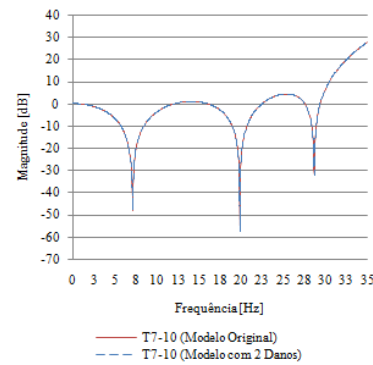


Figura 3.132 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

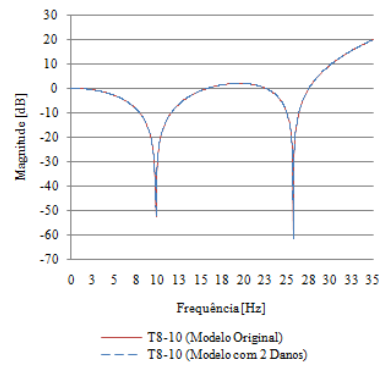


Figura 3.133 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

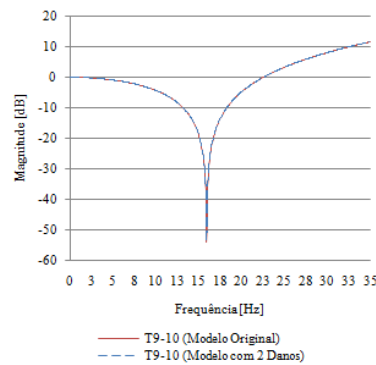


Figura 3.134 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com dois danos, constata-se, o mesmo que foi observado no ensaio n.º2 (secção 3.5.1), que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-10} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com dois danos.

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.128 à 3.131 que os valores das funções T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-10} e T_{6-10} do modelo original não coincidem com os valores das mesmas funções para o modelo com dois danos. No entanto, através das figuras 3.119 e da 3.132 à 3.134 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original e do modelo com dois danos são coincidentes. Estes resultados podem ser observados no esquema seguinte.

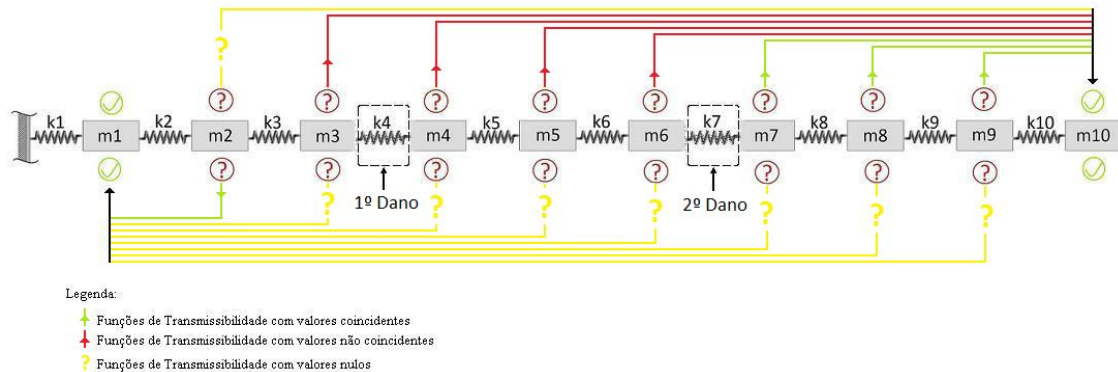


Figura 3.135 – Resultados do Ensaio n.º2

Com base na figura 3.135, pode-se constatar que os valores das funções de transmissibilidade são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {7, 8, 9} com a coordenada conhecida 10 e da coordenada desconhecida 2 com a coordenada conhecida 1; os valores das funções de transmissibilidade não são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {3, 4, 5, 6} com a coordenada conhecida 10, bem como se verifica que não é possível obter uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 2 com as coordenadas conhecidas 10 ou uma função que relacione a coordenada desconhecida 3 com a coordenada conhecida 1. Portanto, caso não se conheça que a modificação de rigidez foi feita na rigidez das molas k_4 e k_7 , com este ensaio é possível diminuir o intervalo de coordenadas onde o dano pode estar presente, passando a estar compreendido entre as coordenadas 2 e 7, como indica a figura 3.136.

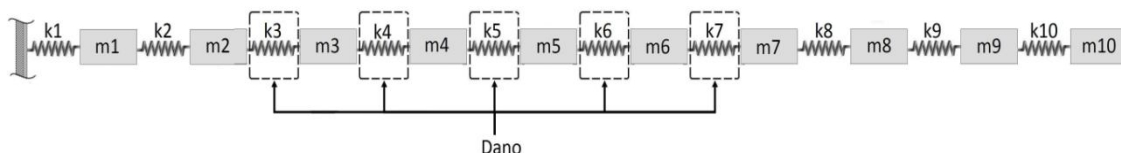


Figura 3.136 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º3

No terceiro ensaio o par de forças dinâmicas foi deslocado para as coordenadas 3 e 4, como indica a figura 3.43. Deste modo, pretendeu-se aplicar a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade, a fim de verificar as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade se as forças dinâmicas forem aplicadas sobre as coordenadas do primeiro dano.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

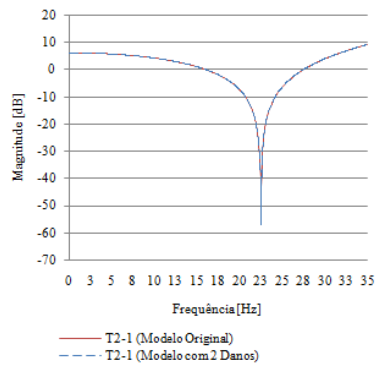


Figura 3.137 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

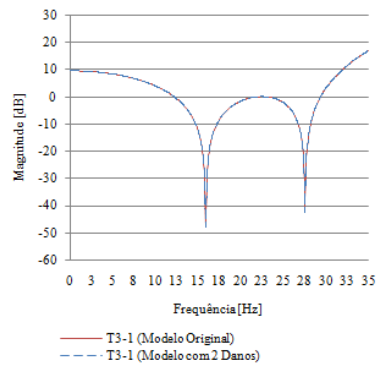


Figura 3.138 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

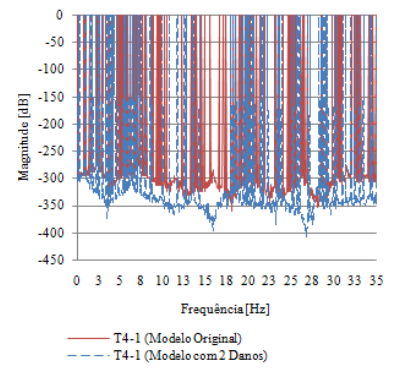


Figura 3.139 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

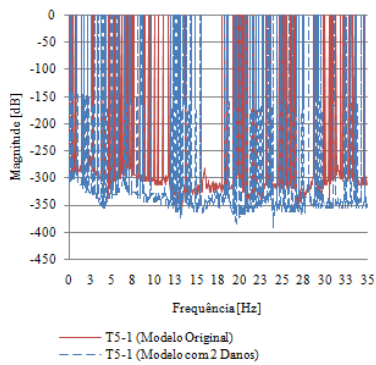


Figura 3.140 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

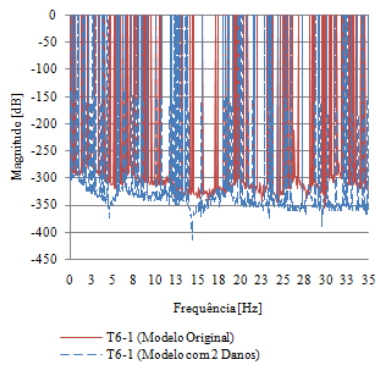


Figura 3.141 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

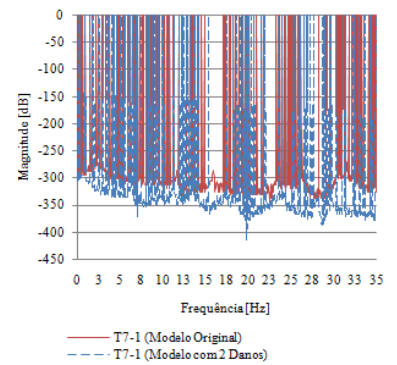


Figura 3.142 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

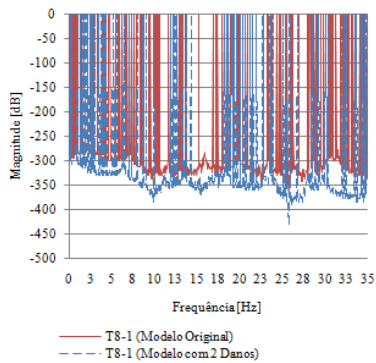


Figura 3.143 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

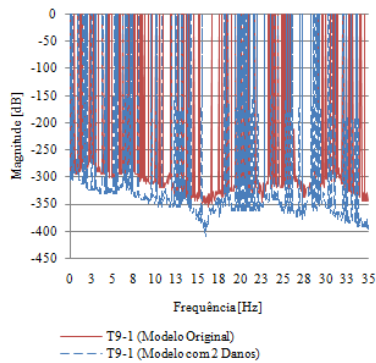


Figura 3.144 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

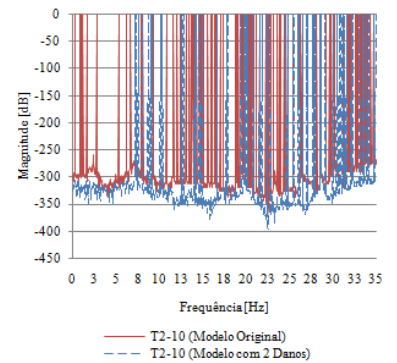


Figura 3.145 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

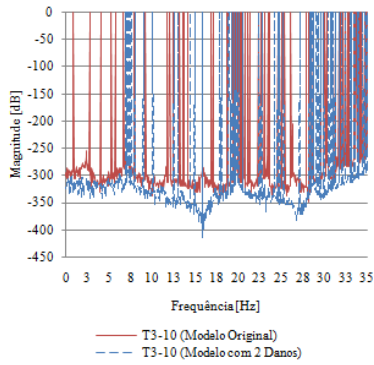


Figura 3.146 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

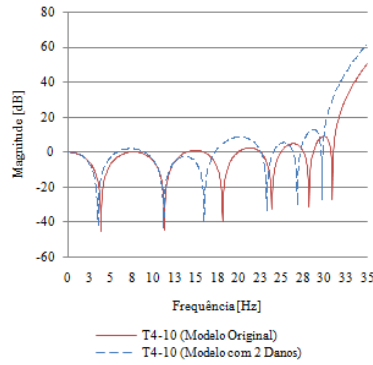


Figura 3.147 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

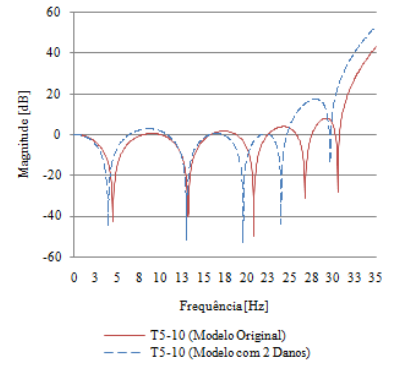


Figura 3.148 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

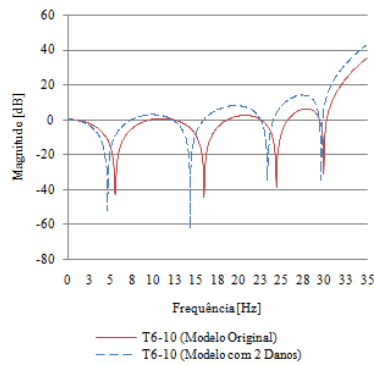


Figura 3.149 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

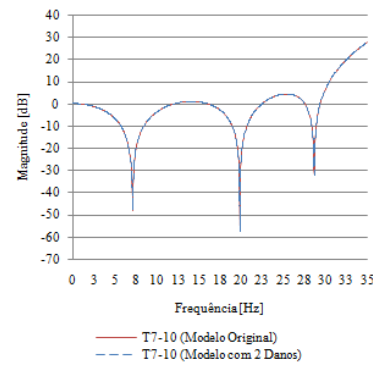


Figura 3.150 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

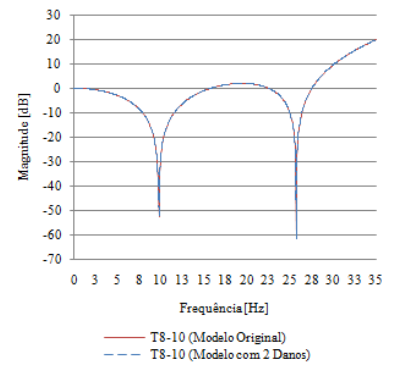


Figura 3.151 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

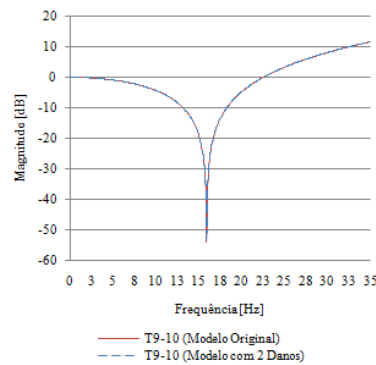


Figura 3.152 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com dois danos, constata-se, o mesmo que foi observado no ensaio n.º3 (secção 3.5.1), que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com dois danos.

Com base nos resultados obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.147 à 3.149 que os valores das funções T_{4-10} , T_{5-10} e T_{6-10} do modelo original e com dois danos não coincidentes. No entanto, através das figuras 3.137, 3.138 e da 3.150 à 3.152 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original e com dois danos são coincidentes. Estes resultados podem ser observados no esquema seguinte.

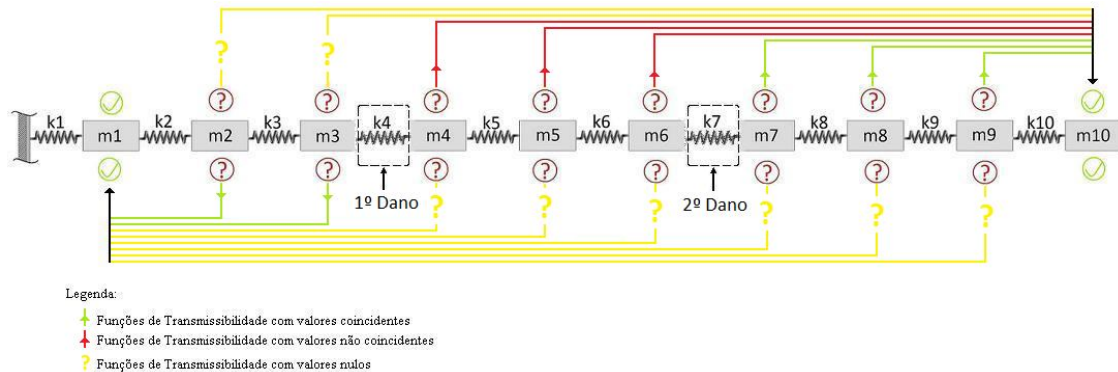


Figura 3.153 – Resultados do Ensaio n.º3

Com base na figura 3.153, pode-se constatar que os valores das funções de transmissibilidade são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {7, 8, 9} para a coordenada conhecida 10 e do conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3} para a coordenada conhecida 1; os valores das funções de transmissibilidade não são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {4, 5, 6} para a coordenada conhecida 10. Verifica-se ainda que não é possível obter uma função que relacione a coordenada desconhecida 3 com a coordenada conhecida 10 ou uma função que relacione a coordenada desconhecida 4 com a coordenada conhecida 1. Com este ensaio consegue-se verificar que a mola k3 mantém a sua rigidez original bem como diminuir o intervalo de coordenadas, determinado no ensaio n.º2, onde é mais provável existir dano, passando agora este a estar compreendido entre as coordenadas 3 e 7, como indica a figura 3.154.

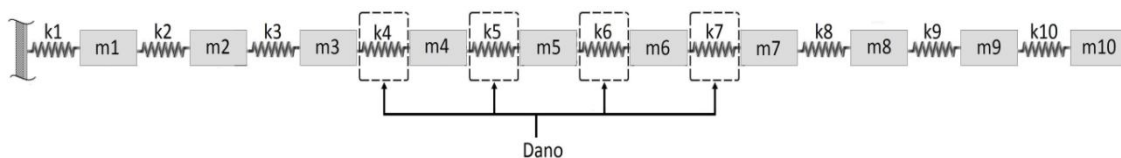


Figura 3.154 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º4

No quarto ensaio o par de forças dinâmicas foi deslocado para as coordenadas 4 e 5, como indica a figura 3.62. Foi realizado este ensaio, a fim de verificar as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade, do modelo em estudo, se as forças dinâmicas forem aplicadas entre os dois danos mas próximas do primeiro dano.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

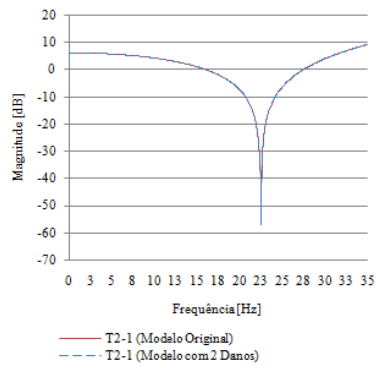


Figura 3.155 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

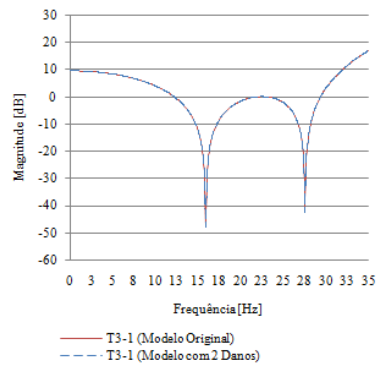


Figura 3.156 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

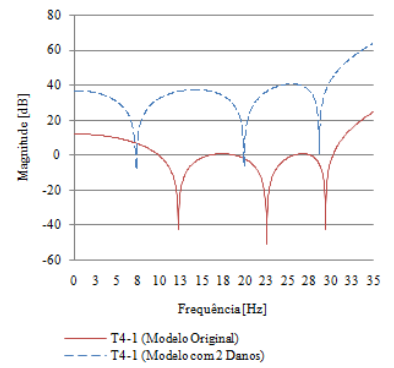


Figura 3.157 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

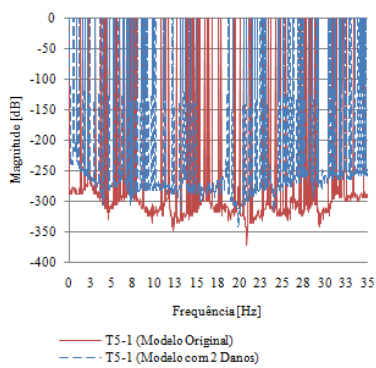


Figura 3.158 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

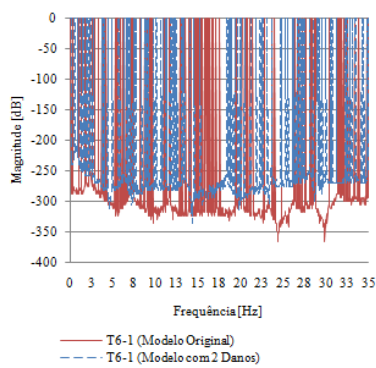


Figura 3.159 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

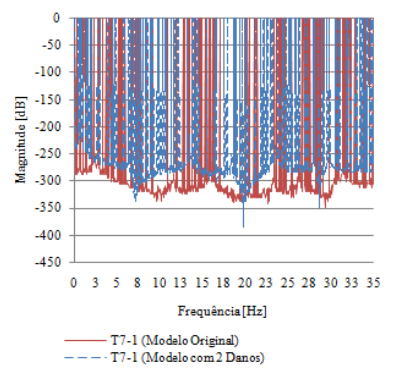


Figura 3.160 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

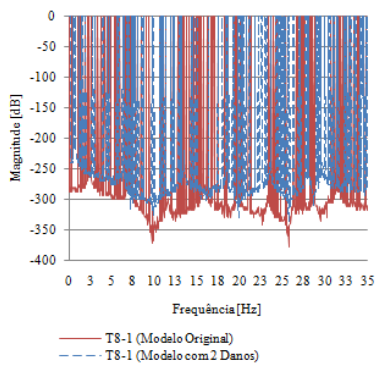


Figura 3.161 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

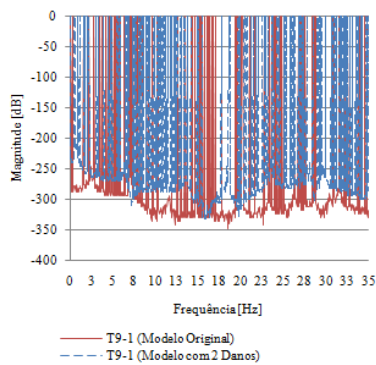


Figura 3.162 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

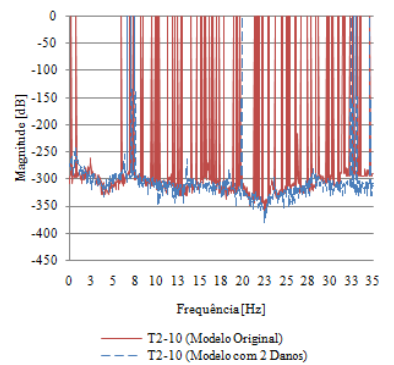


Figura 3.163 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

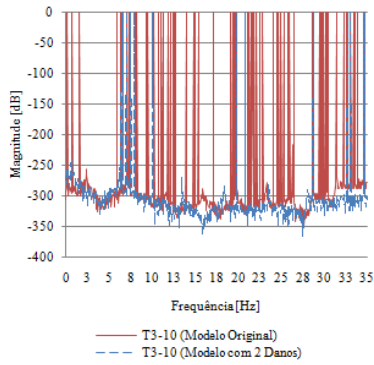


Figura 3.164 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

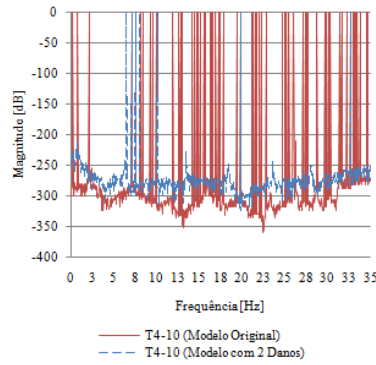


Figura 3.165 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

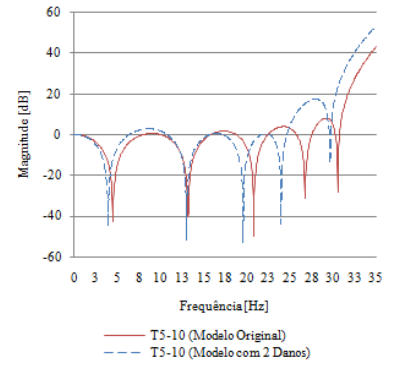


Figura 3.166 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

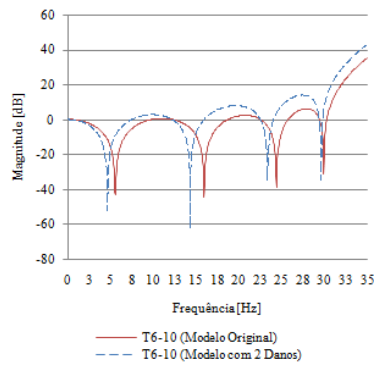


Figura 3.167 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

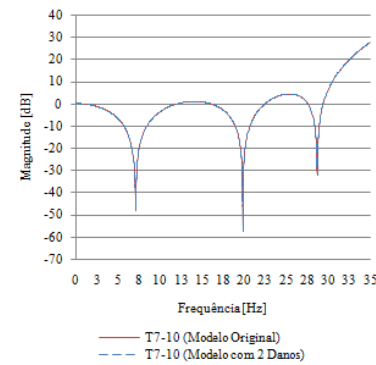


Figura 3.168 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

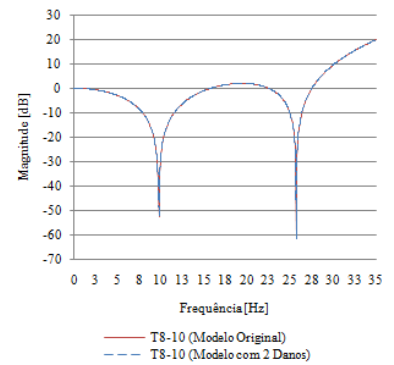


Figura 3.169 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

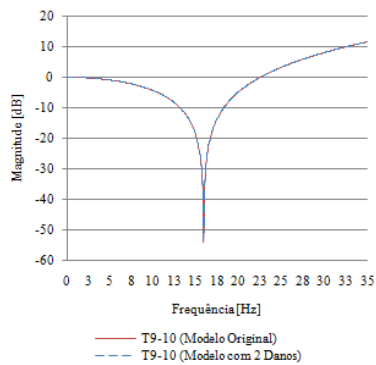


Figura 3.170 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Comparando os resultados obtidos nas duas situações do modelo estudado, original e com dois danos, constata-se, o mesmo que foi observado no ensaio n.º4 (secção 3.5.1), que os valores das funções de transmissibilidade T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , apresentam resultados que não permitem comparar os valores do modelo original com os valores do modelo com dois danos.

Com base nos resultados obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.157, 3.166 e 3.167 que os valores das funções T_{4-1} , T_{5-10} e T_{6-10} do modelo original e com dois danos não são coincidentes. No entanto, através das figuras 3.155, 3.156 e da 3.168 à 3.170 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original e com dois danos são coincidentes.

Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado o esquema seguinte.

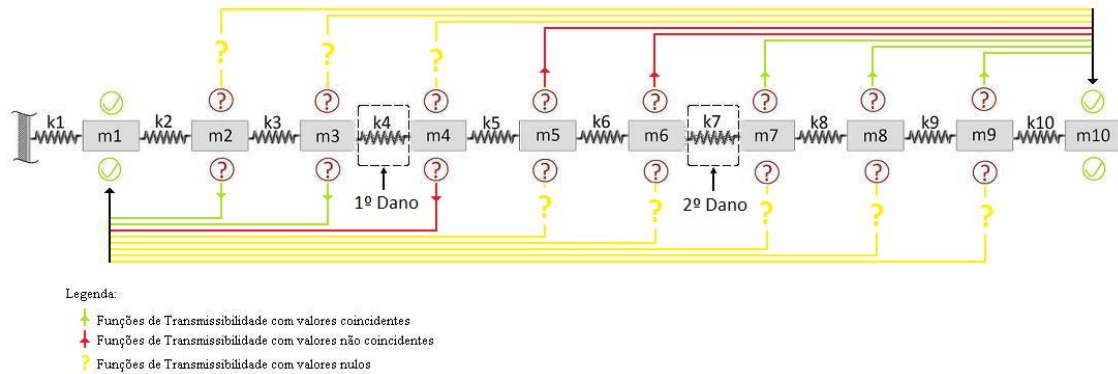


Figura 3.171 – Resultados do Ensaio n.º4

Com base na figura 3.171, pode-se constatar que os valores das funções de transmissibilidades são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {7, 8, 9} com a coordenada conhecida 10 e do conjunto de coordenadas desconhecidas {2, 3} para a coordenada conhecida 1. Os valores das funções de transmissibilidades do conjunto de coordenadas desconhecido {5, 6} com a coordenada conhecida 10 e da coordenada desconhecida 4 com a coordenada conhecida 1 não são coincidentes, bem como que não é possível obter uma função de transmissibilidade que relacione a coordenada desconhecida 4 com a coordenada conhecida 10 ou uma função de transmissibilidade que relacione o conjunto de coordenadas desconhecidas {5, 6} com a coordenada conhecida 1. Com este ensaio constata-se que o primeiro dano está na mola k_4 e que o segundo dano é provável que esteja compreendido entre as coordenadas 4 e 7 ou seja nas molas k_5 , k_6 e k_7 , como indica a figura seguinte.

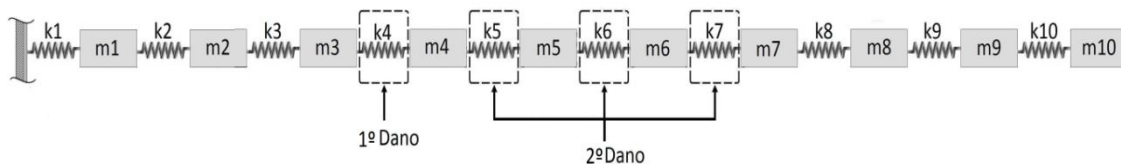


Figura 3.172 – Modelo com localização mais provável do dano

Ensaio n.º5

Neste ensaio o par de forças dinâmicas foi deslocado para as coordenadas 5 e 6, como indica a figura 3.173. Este ensaio foi realizado com o objectivo de verificar quais as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade, do modelo em estudo, se as forças dinâmicas forem aplicadas entre os dois danos e, próximas do segundo dano.

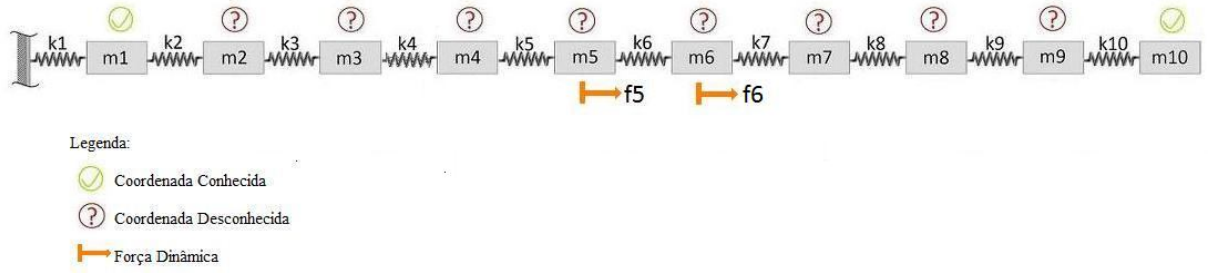


Figura 3.173 – Ensaio n.º 5

Para este caso de estudo a matriz de transmissibilidade designada entre o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{1, 10\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{5, 6\}$ é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{2-1}^{(5,6)} & T_{2-10}^{(5,6)} \\ T_{3-1}^{(5,6)} & T_{3-10}^{(5,6)} \\ T_{4-1}^{(5,6)} & T_{4-10}^{(5,6)} \\ T_{5-1}^{(5,6)} & T_{5-10}^{(5,6)} \\ T_{6-1}^{(5,6)} & T_{6-10}^{(5,6)} \\ T_{7-1}^{(5,6)} & T_{7-10}^{(5,6)} \\ T_{8-1}^{(5,6)} & T_{8-10}^{(5,6)} \\ T_{9-1}^{(5,6)} & T_{9-10}^{(5,6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2-5} & H_{2-6} \\ H_{3-5} & H_{3-6} \\ H_{4-5} & H_{4-6} \\ H_{5-5} & H_{5-6} \\ H_{6-5} & H_{6-6} \\ H_{7-5} & H_{7-6} \\ H_{8-5} & H_{8-6} \\ H_{9-5} & H_{9-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-5} & H_{1-6} \\ H_{10-5} & H_{10-6} \end{bmatrix}^{-1} = \quad (3.13)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} & Z_{2-9} \\ Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & Z_{3-5} & Z_{3-6} & Z_{3-7} & Z_{3-8} & Z_{3-9} \\ Z_{4-2} & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & Z_{4-6} & Z_{4-7} & Z_{4-8} & Z_{4-9} \\ Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} \\ Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-10} \\ Z_{3-1} & Z_{3-10} \\ Z_{4-1} & Z_{4-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com o objectivo de identificar possíveis funções de transmissibilidade que apresentam valores nulos foi calculada a matriz de transmissibilidade associada à matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.14).

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{2-1} & T_{2-10} \\ T_{3-1} & T_{3-10} \\ T_{4-1} & T_{4-10} \\ T_{5-1} & T_{5-10} \\ T_{6-1} & T_{6-10} \\ T_{7-1} & T_{7-10} \\ T_{8-1} & T_{8-10} \\ T_{9-1} & T_{9-10} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-2} & Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & 0 \\ Z_{2-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Z_{9-10} \\ 0 & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Tal como foi feito nos ensaios anteriores, com o auxílio do software MATLAB e com base na equação 3.14, foi possível verificar que o resultado das funções T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} , T_{5-10} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} é zero para qualquer frequência. Como tal, não é possível obter, com estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

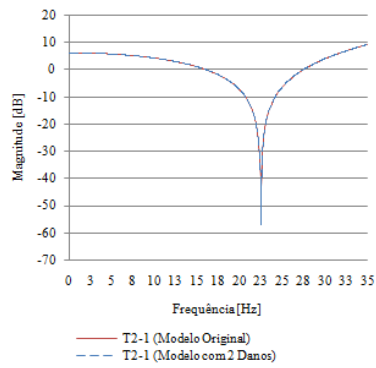


Figura 3.174 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

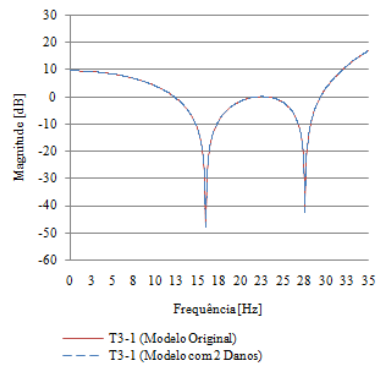


Figura 3.175 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

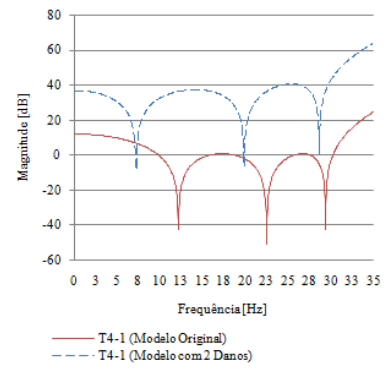


Figura 3.176 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

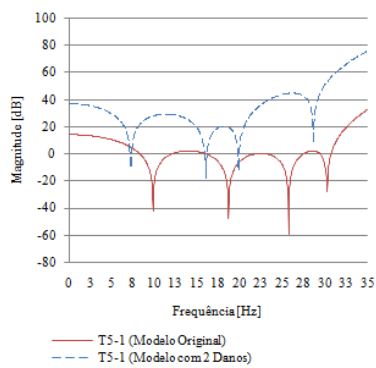


Figura 3.177 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

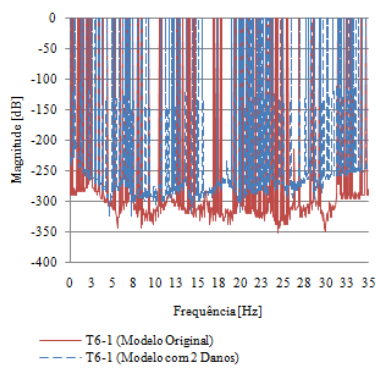


Figura 3.178 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

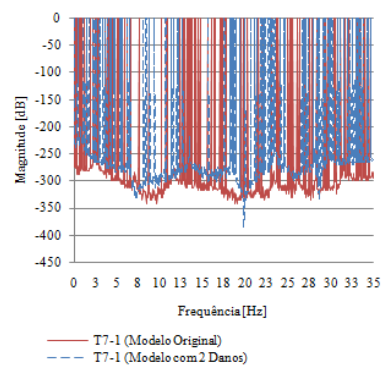


Figura 3.179 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

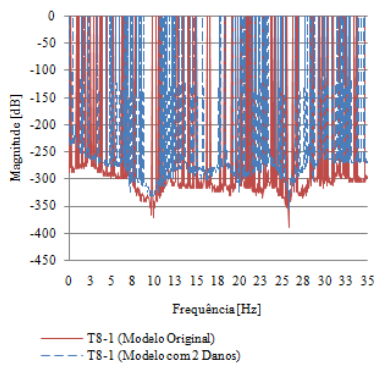


Figura 3.180 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

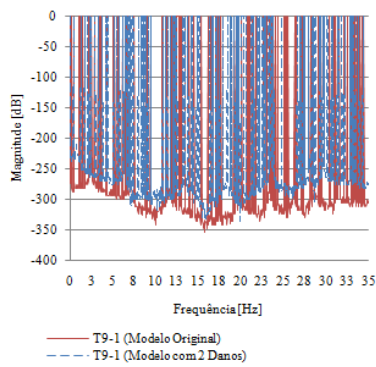


Figura 3.181 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

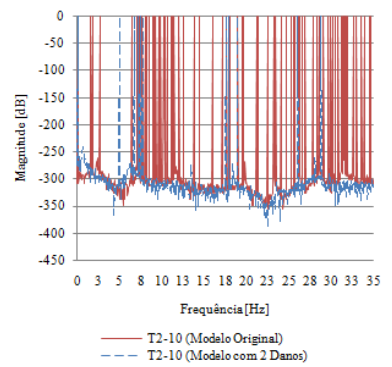


Figura 3.182 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

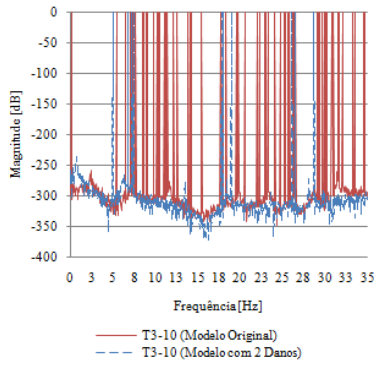


Figura 3.183 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

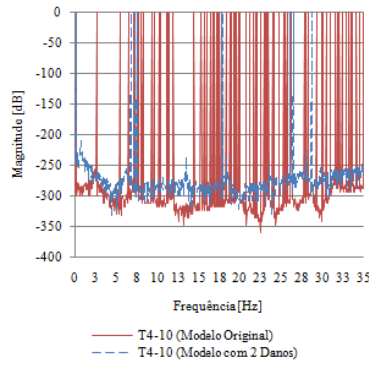


Figura 3.184 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

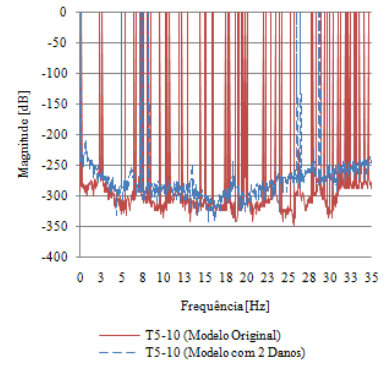


Figura 3.185 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

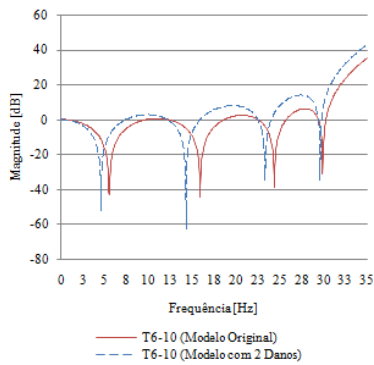


Figura 3.186 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

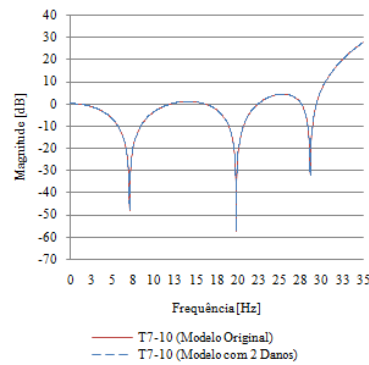


Figura 3.187 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

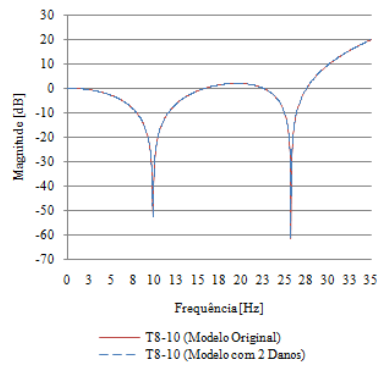


Figura 3.188 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

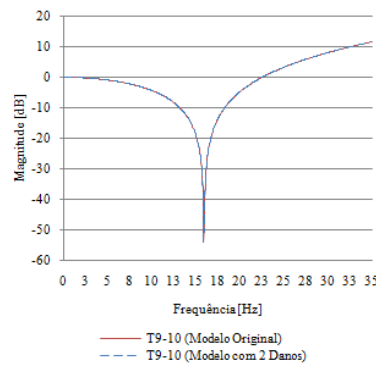
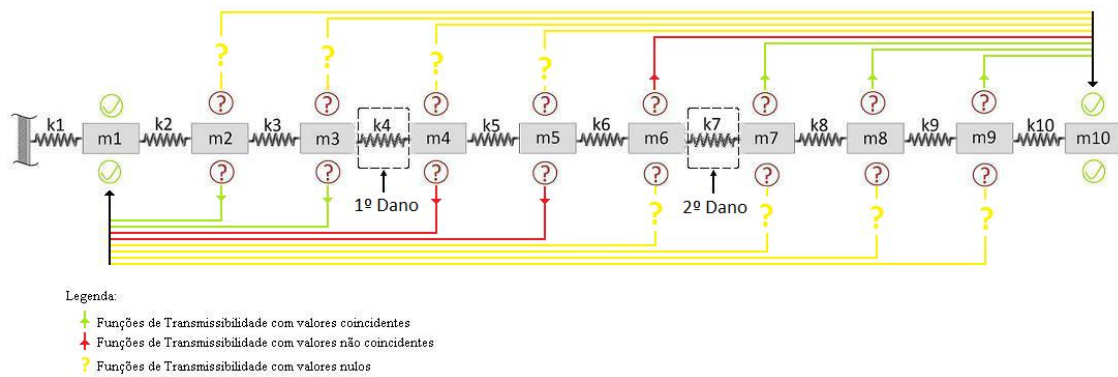


Figura 3.189 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das figuras 3.176, 3.177 e 3.186 que os valores das funções T_{4-1} , T_{5-1} e T_{6-10} do modelo original e com dois danos são coincidentes. No entanto, através das figuras 3.174, 3.175 e da 3.187 à 3.189 observa-se que os valores das funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{7-10} , T_{8-10} e T_{9-10} do modelo original e com dano são coincidentes.

Com o intuito de tornar mais claro os resultados obtidos, é apresentado o esquema seguinte.



A matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{1, 2, 9, 10\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{3, 4, 6, 7\}$ é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{3-1}^{(3,4,6,7)} & T_{3-2}^{(3,4,6,7)} & T_{3-9}^{(3,4,6,7)} & T_{3-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{4-1}^{(3,4,6,7)} & T_{4-2}^{(3,4,6,7)} & T_{4-9}^{(3,4,6,7)} & T_{4-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{5-1}^{(3,4,6,7)} & T_{5-2}^{(3,4,6,7)} & T_{5-9}^{(3,4,6,7)} & T_{5-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{6-1}^{(3,4,6,7)} & T_{6-2}^{(3,4,6,7)} & T_{6-9}^{(3,4,6,7)} & T_{6-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{7-1}^{(3,4,6,7)} & T_{7-2}^{(3,4,6,7)} & T_{7-9}^{(3,4,6,7)} & T_{7-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{8-1}^{(3,4,6,7)} & T_{8-2}^{(3,4,6,7)} & T_{8-9}^{(3,4,6,7)} & T_{8-10}^{(3,4,6,7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3-3} & H_{3-4} & H_{3-6} & H_{3-7} \\ H_{4-3} & H_{4-4} & H_{4-6} & H_{4-7} \\ H_{5-3} & H_{5-4} & H_{5-6} & H_{5-7} \\ H_{6-3} & H_{6-4} & H_{6-6} & H_{6-7} \\ H_{7-3} & H_{7-4} & H_{7-6} & H_{7-7} \\ H_{8-3} & H_{8-4} & H_{8-6} & H_{8-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-4} & H_{1-6} & H_{1-7} \\ H_{2-3} & H_{2-4} & H_{2-6} & H_{2-7} \\ H_{9-3} & H_{9-4} & H_{9-6} & H_{9-7} \\ H_{10-3} & H_{10-4} & H_{10-6} & H_{10-7} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.15)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} \\ Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} \\ Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} \\ Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} \\ Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} \\ Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & Z_{1-9} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & Z_{2-9} & Z_{2-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-2} & Z_{5-9} & Z_{5-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-2} & Z_{8-9} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-2} & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-2} & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix}$$

Com o objectivo de identificar possíveis funções de transmissibilidade que apresentem valores nulos foi calculada a matriz de transmissibilidade associada à matriz de rigidez dinâmica, como indica a equação (3.15) e após a substituição dos valores de Z_{nn} equação seguinte.

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{3-1}^{(3,4,6,7)} & T_{3-2}^{(3,4,6,7)} & T_{3-9}^{(3,4,6,7)} & T_{3-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{4-1}^{(3,4,6,7)} & T_{4-2}^{(3,4,6,7)} & T_{4-9}^{(3,4,6,7)} & T_{4-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{5-1}^{(3,4,6,7)} & T_{5-2}^{(3,4,6,7)} & T_{5-9}^{(3,4,6,7)} & T_{5-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{6-1}^{(3,4,6,7)} & T_{6-2}^{(3,4,6,7)} & T_{6-9}^{(3,4,6,7)} & T_{6-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{7-1}^{(3,4,6,7)} & T_{7-2}^{(3,4,6,7)} & T_{7-9}^{(3,4,6,7)} & T_{7-10}^{(3,4,6,7)} \\ T_{8-1}^{(3,4,6,7)} & T_{8-2}^{(3,4,6,7)} & T_{8-9}^{(3,4,6,7)} & T_{8-10}^{(3,4,6,7)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & 0 & 0 \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{8-9} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ 0 & 0 & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Uma observação mais atenta à equação 3.16 permite verificar que a matriz $[Z_{BU}]$ a inverter tem duas linhas nulas logo não é invertível, apresentando característica 4 e não 6 como era suposto.

É no entanto importante alertar para o facto que se a inversa da matriz estiver a ser calculada pelo algoritmo da pseudo-inversa do MATLAB vão obter-se os resultados observados nas figuras seguintes, resultados esses que não são correctos uma vez que não se consegue garantir que $[Z_{BU}]^+[Z_{BU}] = [I]$. Um estudo menos cuidado poderia induzir ao erro de afirmar que a propriedade 2 (secção 2.3.3) não se confirmava. Uma vez constatadas as observações anteriores achou-se correcto escolher como coordenadas conhecidas as coordenadas onde as forças se encontram aplicadas, situação que será apresentada no próximo ensaio.

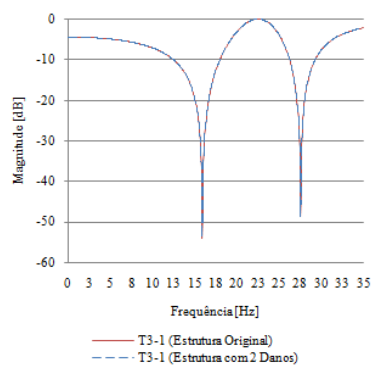


Figura 3.193 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

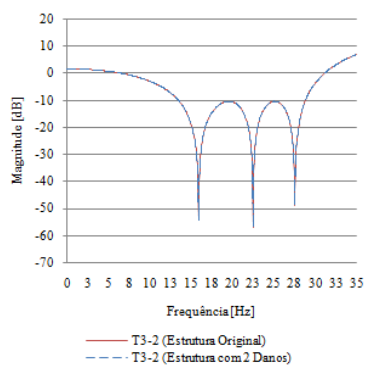


Figura 3.194 – Função de Transmissibilidade T_{3-2}

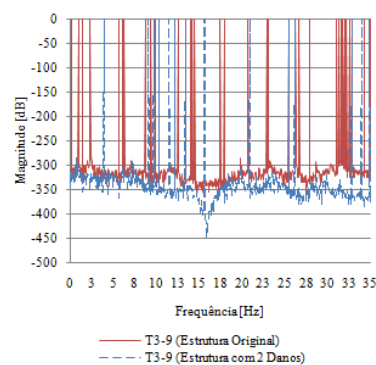


Figura 3.195 – Função de Transmissibilidade T_{3-9}

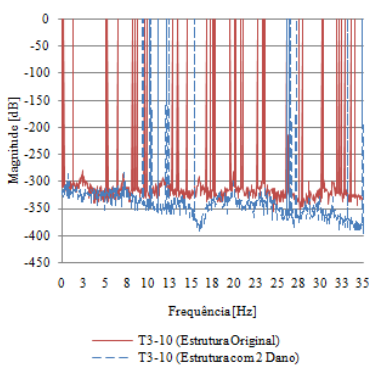


Figura 3.196 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

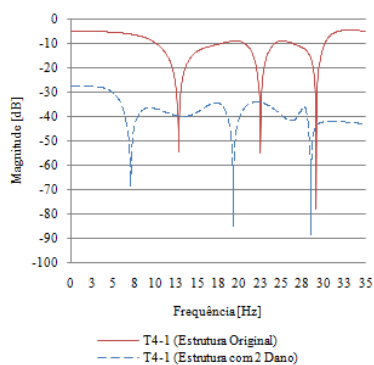


Figura 3.197 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

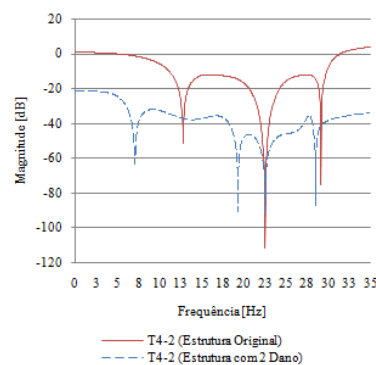


Figura 3.198 – Função de Transmissibilidade T_{4-2}

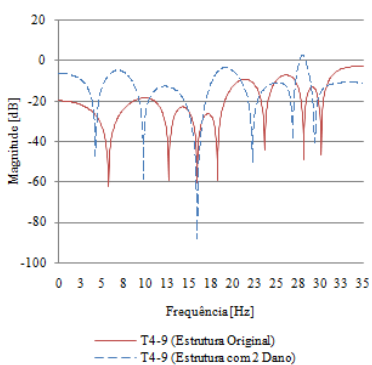


Figura 3.199 – Função de Transmissibilidade T_{4-9}

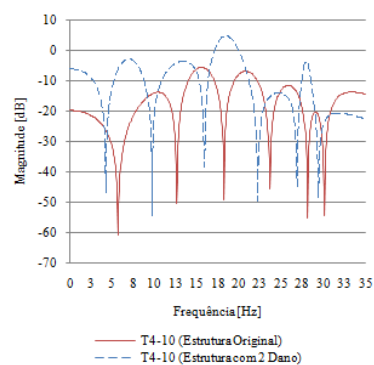


Figura 3.200 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

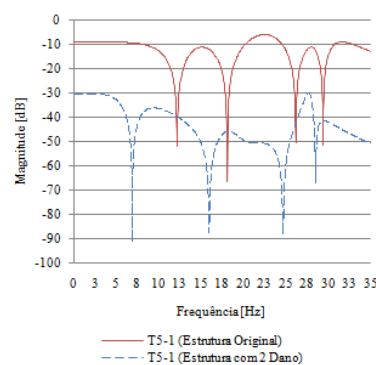


Figura 3.201 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

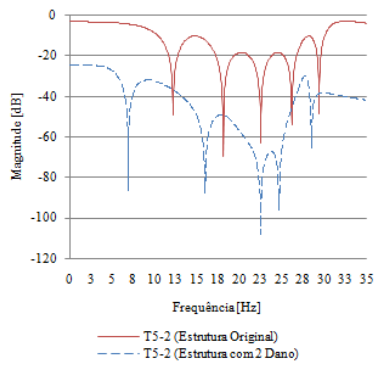


Figura 3.202 – Função de Transmissibilidade $T_{5,2}$

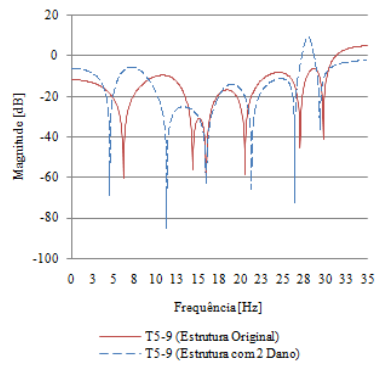


Figura 3.203 – Função de Transmissibilidade $T_{5,9}$

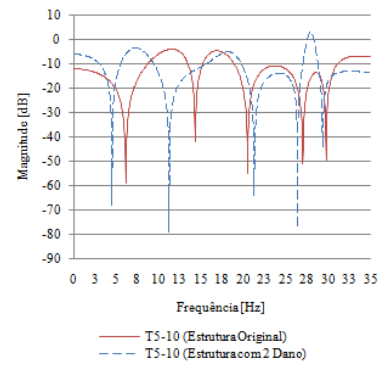


Figura 3.204 – Função de Transmissibilidade $T_{5,10}$

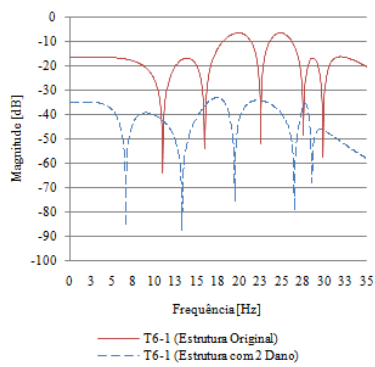


Figura 3.205 – Função de Transmissibilidade $T_{6,1}$

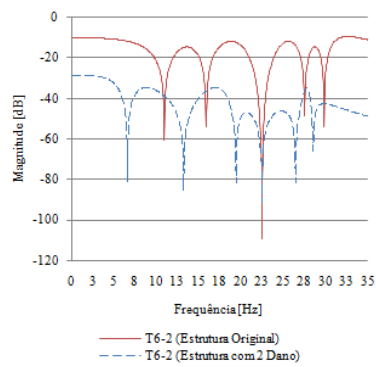


Figura 3.206 – Função de Transmissibilidade $T_{6,2}$

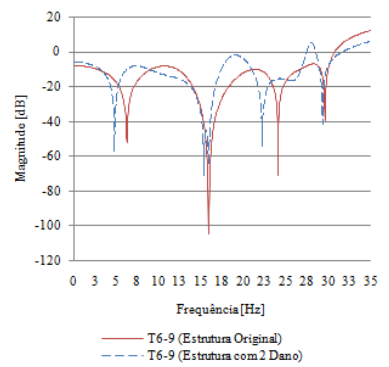


Figura 3.207 – Função de Transmissibilidade $T_{6,9}$

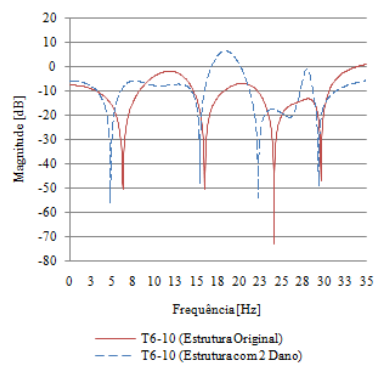


Figura 3.208 – Função de Transmissibilidade $T_{6,10}$

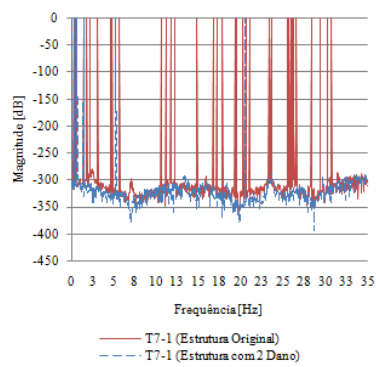


Figura 3.209 – Função de Transmissibilidade $T_{7,1}$

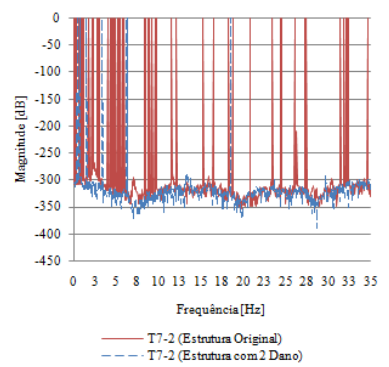


Figura 3.210 – Função de Transmissibilidade $T_{7,2}$

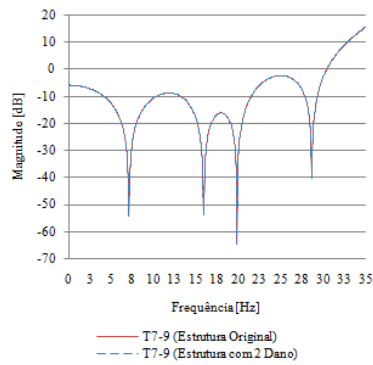


Figura 3.211 – Função de Transmissibilidade T_{7-9}

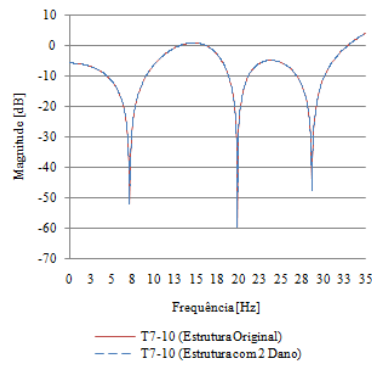


Figura 3.212 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

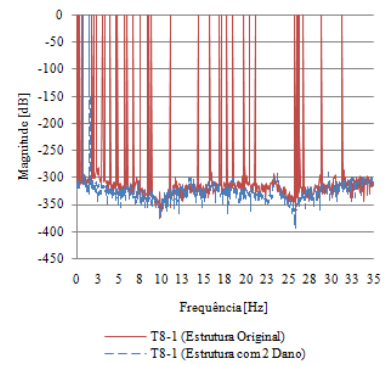


Figura 3.213 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

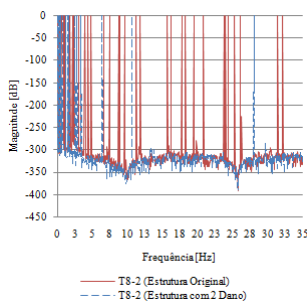


Figura 3.214 – Função de Transmissibilidade T_{8-2}

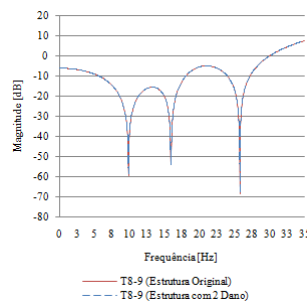


Figura 3.215 – Função de Transmissibilidade T_{8-9}

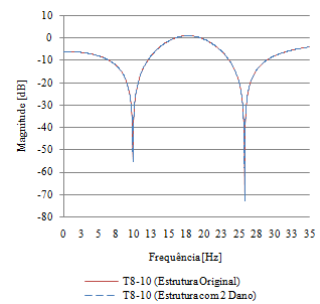


Figura 3.216 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

Ensaio n.º7

Neste ensaio foram aplicadas quatro forças dinâmicas entre as coordenadas dos danos, foram consideradas como coordenadas conhecidas as coordenadas onde as forças estão aplicadas ou seja {3, 4, 6, 7} e como coordenadas desconhecidas as coordenadas {1, 2, 5, 8, 9, 10}. Com estas escolhas pretendia-se ainda obter as funções de transmissibilidade que relacionem a coordenada desconhecida 5 com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 6} de forma a verificar se as molas k_5 e k_6 mantêm a sua rigidez original, figura 3.217

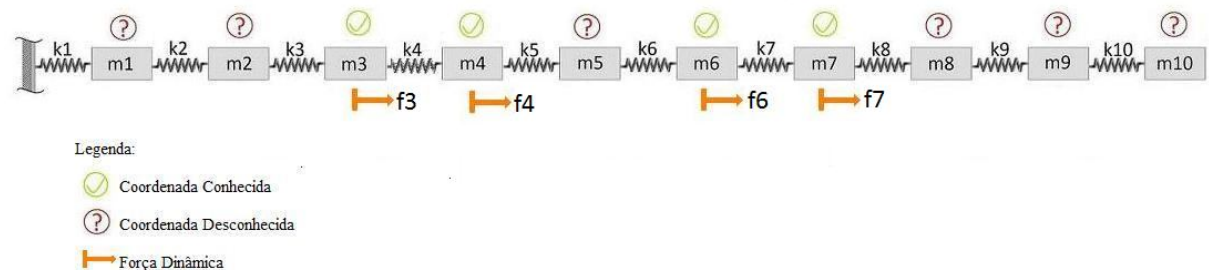


Figura 3.217 – Ensaio n.º7

A matriz de transmissibilidades que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1, 2, 5, 8, 9, 10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {3, 4, 6, 7}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {3, 4, 6, 7} é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{1-3}^{(3,4,6,7)} & T_{1-4}^{(3,4,6,7)} & T_{1-6}^{(3,4,6,7)} & T_{1-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{2-3}^{(3,4,6,7)} & T_{2-4}^{(3,4,6,7)} & T_{2-6}^{(3,4,6,7)} & T_{2-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{5-3}^{(3,4,6,7)} & T_{5-4}^{(3,4,6,7)} & T_{5-6}^{(3,4,6,7)} & T_{5-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{8-3}^{(3,4,6,7)} & T_{8-4}^{(3,4,6,7)} & T_{8-6}^{(3,4,6,7)} & T_{8-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{9-3}^{(3,4,6,7)} & T_{9-4}^{(3,4,6,7)} & T_{9-6}^{(3,4,6,7)} & T_{9-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{10-3}^{(3,4,6,7)} & T_{10-4}^{(3,4,6,7)} & T_{10-6}^{(3,4,6,7)} & T_{10-7}^{(3,4,6,7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-4} & H_{1-6} & H_{1-7} \\ H_{2-3} & H_{2-4} & H_{2-6} & H_{2-7} \\ H_{5-3} & H_{5-4} & H_{5-6} & H_{5-7} \\ H_{8-3} & H_{8-4} & H_{8-6} & H_{8-7} \\ H_{9-3} & H_{9-4} & H_{9-6} & H_{9-7} \\ H_{10-3} & H_{10-4} & H_{10-6} & H_{10-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{3-3} & H_{3-4} & H_{3-6} & H_{3-7} \\ H_{4-3} & H_{4-4} & H_{4-6} & H_{4-7} \\ H_{6-3} & H_{6-4} & H_{6-6} & H_{6-7} \\ H_{7-3} & H_{7-4} & H_{7-6} & H_{7-7} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.17)$$

$$= - \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & Z_{1-5} & Z_{1-8} & Z_{1-9} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & Z_{2-5} & Z_{2-8} & Z_{2-9} & Z_{2-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-2} & Z_{5-5} & Z_{5-8} & Z_{5-9} & Z_{5-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-2} & Z_{8-5} & Z_{8-8} & Z_{8-9} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-2} & Z_{9-5} & Z_{9-8} & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-2} & Z_{10-5} & Z_{10-8} & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-6} & Z_{1-7} \\ Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-6} & Z_{2-7} \\ Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-6} & Z_{5-7} \\ Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-6} & Z_{8-7} \\ Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-6} & Z_{9-7} \\ Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-6} & Z_{10-7} \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores nulos na matriz de rigidez dinâmica resulta na seguinte equação

$$[T_{UK}^A] = -[Z_{BU}]^{-1}[Z_{BK}] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{1-3}^{(3,4,6,7)} & T_{1-4}^{(3,4,6,7)} & T_{1-6}^{(3,4,6,7)} & T_{1-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{2-3}^{(3,4,6,7)} & T_{2-4}^{(3,4,6,7)} & T_{2-6}^{(3,4,6,7)} & T_{2-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{5-3}^{(3,4,6,7)} & T_{5-4}^{(3,4,6,7)} & T_{5-6}^{(3,4,6,7)} & T_{5-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{8-3}^{(3,4,6,7)} & T_{8-4}^{(3,4,6,7)} & T_{8-6}^{(3,4,6,7)} & T_{8-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{9-3}^{(3,4,6,7)} & T_{9-4}^{(3,4,6,7)} & T_{9-6}^{(3,4,6,7)} & T_{9-7}^{(3,4,6,7)} \\ T_{10-3}^{(3,4,6,7)} & T_{10-4}^{(3,4,6,7)} & T_{10-6}^{(3,4,6,7)} & T_{10-7}^{(3,4,6,7)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{5-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{8-8} & Z_{8-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{5-4} & Z_{5-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Com o auxílio do software MATLAB e como base na equação 3.18, foi possível verificar que o resultado das funções T_{1-4} , T_{1-6} , T_{1-7} , T_{2-4} , T_{2-6} , T_{2-7} , T_{5-3} , T_{5-7} , T_{8-3} , T_{8-4} , T_{8-6} , T_{9-3} , T_{9-4} , T_{9-6} , T_{10-3} , T_{10-4} e T_{10-6} , é zero para qualquer frequência. Como tal, não é possível obter, com estas funções, uma relação entre as amplitudes de resposta das coordenadas desconhecidas com as amplitudes de resposta das coordenadas conhecidas.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos das funções de transmissibilidade calculadas com o auxílio do PD para o modelo original (figura 3.1) e para o modelo com um dano (figura 3.3).

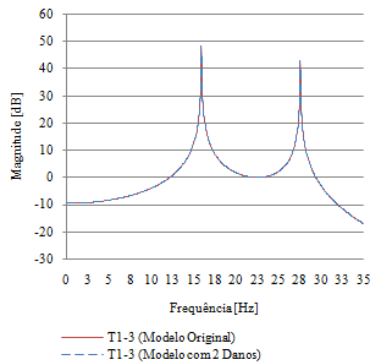


Figura 3.218 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

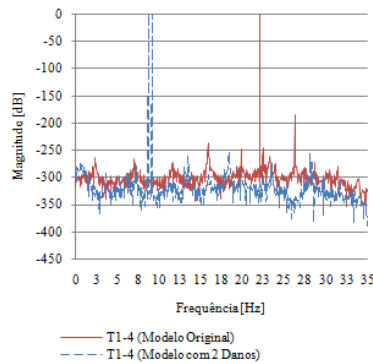


Figura 3.219 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

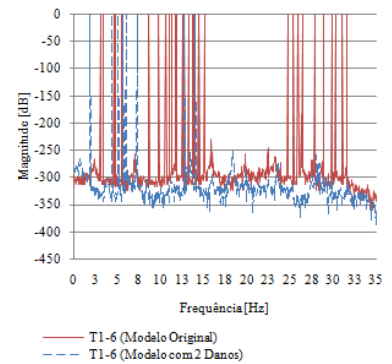


Figura 3.220 – Função de Transmissibilidade T_{1-6}

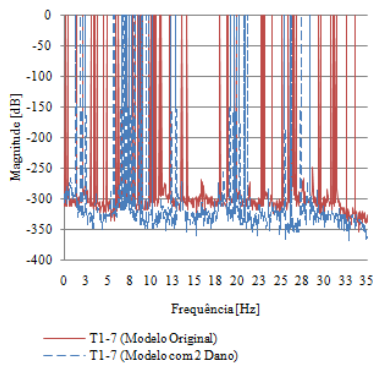


Figura 3.221 – Função de Transmissibilidade T_{1-7}

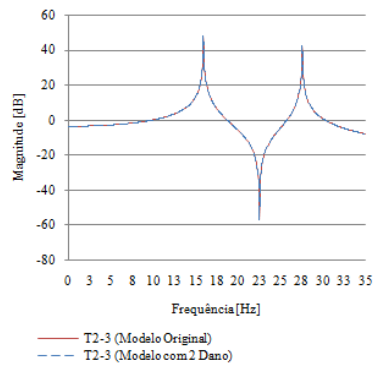


Figura 3.222 – Função de Transmissibilidade T_{2-3}

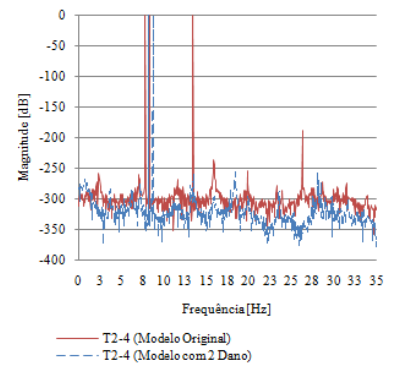


Figura 3.223 – Função de Transmissibilidade T_{2-4}

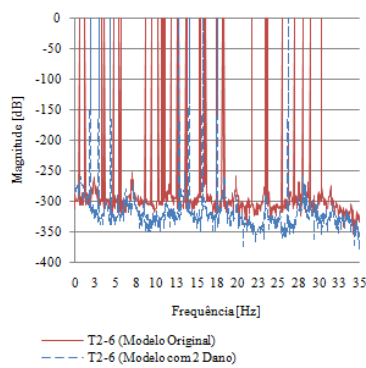


Figura 3.224 – Função de Transmissibilidade T_{2-6}

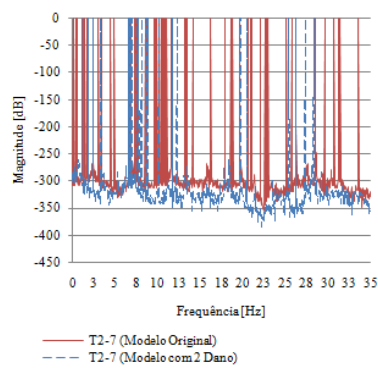


Figura 3.225 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

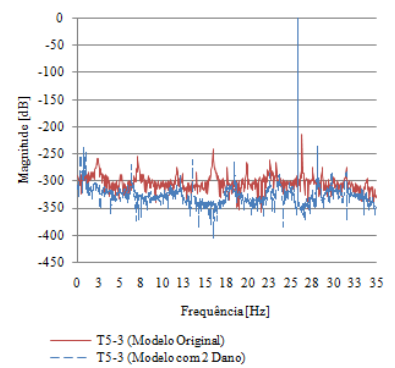


Figura 3.226 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

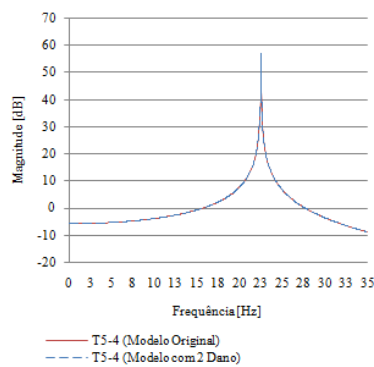


Figura 3.227 – Função de Transmissibilidade T_{5-4}

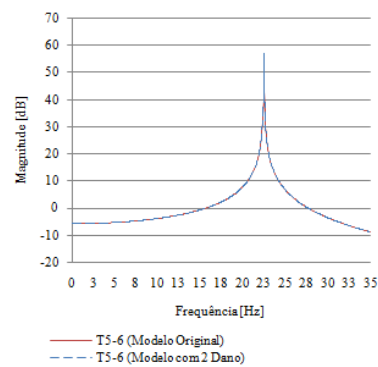


Figura 3.228 – Função de Transmissibilidade T_{5-6}

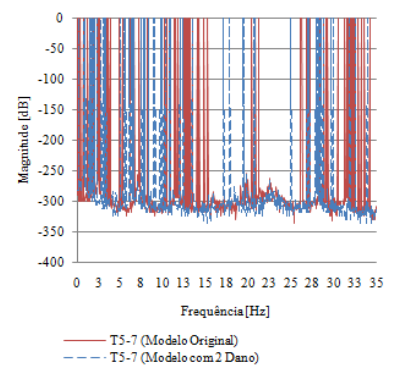


Figura 3.229 – Função de Transmissibilidade T_{5-7}

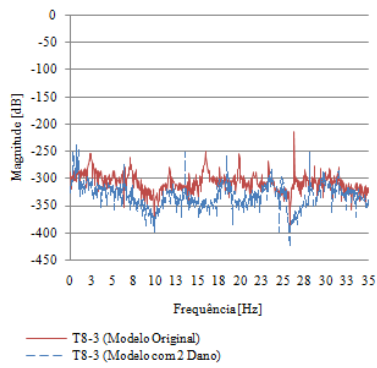


Figura 3.230 – Função de Transmissibilidade T_{8-3}

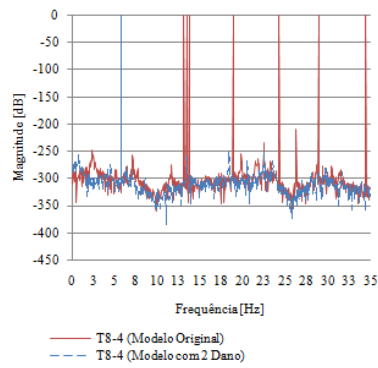


Figura 3.231 – Função de Transmissibilidade T_{8-4}

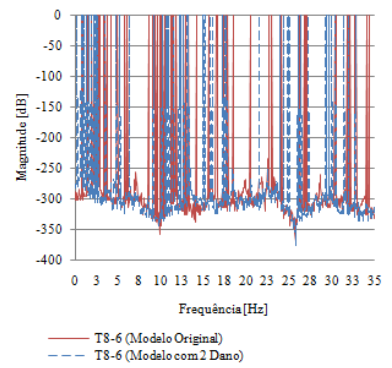


Figura 3.232 – Função de Transmissibilidade T_{8-6}

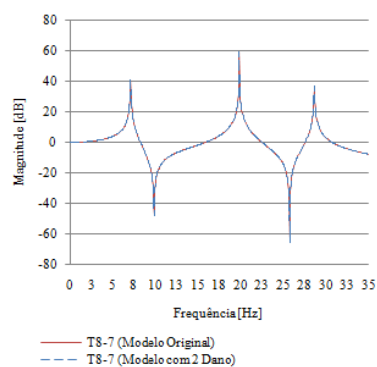


Figura 3.233 – Função de Transmissibilidade T_{8-7}

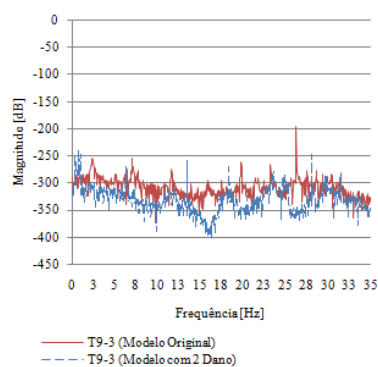


Figura 3.234 – Função de Transmissibilidade T_{9-3}

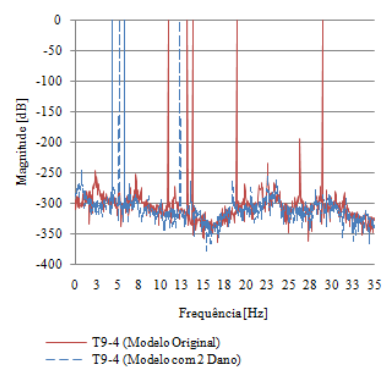


Figura 3.235 – Função de Transmissibilidade T_{9-4}

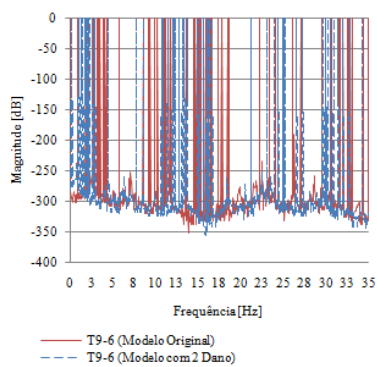


Figura 3.236 – Função de Transmissibilidade T_{9-6}

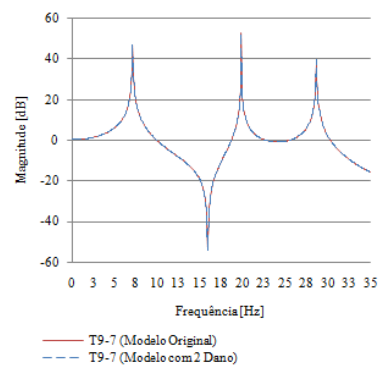


Figura 3.237 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

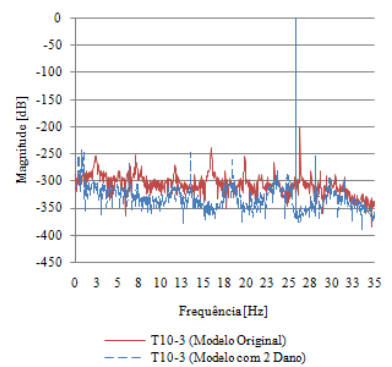


Figura 3.238 – Função de Transmissibilidade T_{10-3}

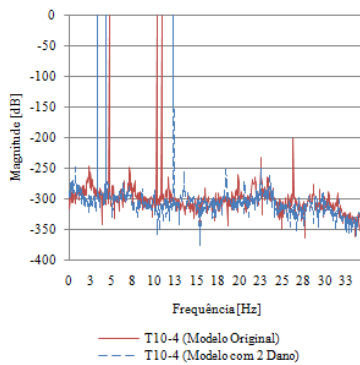


Figura 3.239 – Função de Transmissibilidade T_{10-4}

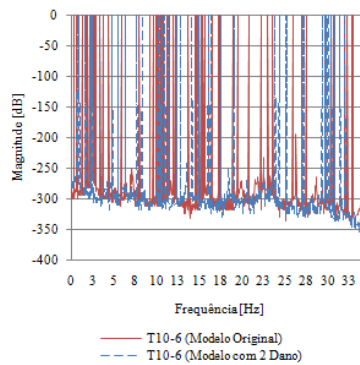


Figura 3.240 – Função de Transmissibilidade T_{10-6}

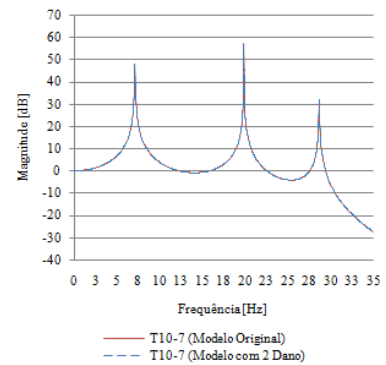


Figura 3.241 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

Observações

Com base nos resultados não nulos obtidos neste ensaio, observa-se através das anteriores, 3.218, 3.222, 3.227, 3.228, 3.233, 3.237 e 3.241 que os valores das funções T_{1-3} , T_{2-3} , T_{5-4} , T_{5-6} , T_{8-7} , T_{9-7} e T_{10-7} do modelo original e do modelo com dois danos são coincidentes.

Com o intuito de tornar o mais claro possível os resultados obtidos, é apresentado um esquema simplificado na figura 3.242. Neste esquema serão somente apresentadas as funções de transmissibilidade não nulas, omitindo-se desta forma todas aquelas cujo o valor deu zero.

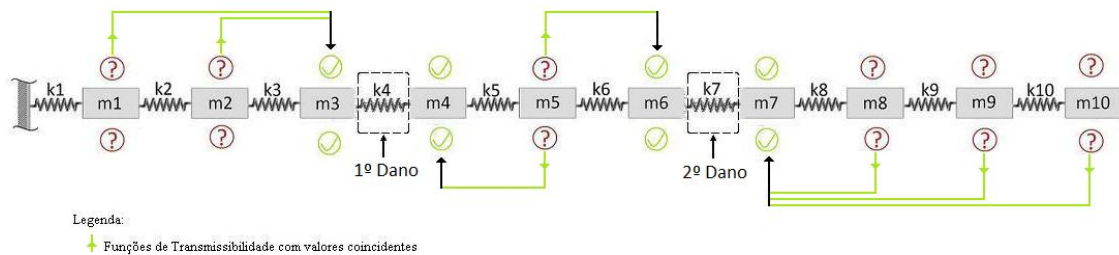


Figura 3.242 – Resultados do Ensaio n.º7

Com base na figura 3.242, pode-se constatar que os valores das transmissibilidades, não nulas, são coincidentes do conjunto de coordenadas desconhecidas {1, 2} com a coordenada conhecida 3, da coordenada desconhecida 5 com conjunto de coordenadas conhecidas {4, 6}, do conjunto de coordenadas desconhecidas {8, 9, 10} com a coordenada conhecida 7. Portanto verifica-se que os valores das transmissibilidades não se alteram se alguma modificação for feita sobre os valores de rigidez das molas do sistema, localizadas entre os pontos de aplicação das forças dinâmicas. Com este último ensaio permitiu concluir finalmente que os danos existentes se encontravam localizados entre as coordenadas 3 e 4 e 6 e 7, ou seja nas molas k_4 e k_7 (figura 3.243). O facto das transmissibilidades T_{5-4} e T_{5-6} obtidas para o modelo original e com dano serem coincidentes permitiu concluir que as molas k_5 e k_6 não sofreram alteração na sua rigidez. Os resultados obtidos permitiram ainda confirmar a validade da propriedade 2 da transmissibilidade (secção 2.3.3).

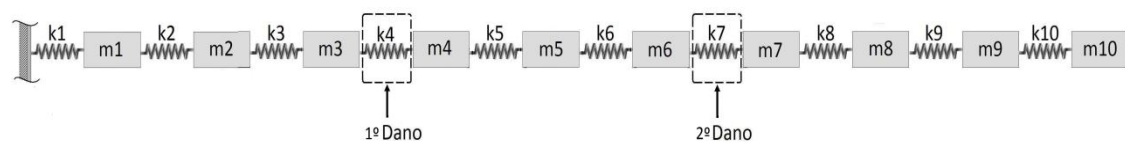


Figura 3.243 – Modelo com localização mais provável do dano

3.6 Discussão dos Resultados

Neste capítulo foi apresentado um estudo teórico que, utilizando as FRFs e a matriz de transmissibilidade dos sistemas original e com danos, permite identificar a existência de dano e determinar a sua localização em sistemas discretos com pouco amortecimento. Neste estudo foram consideradas duas situações de dano no modelo original tanto na primeira como na segunda situação foi possível constatar que as modificações de rigidez afectam as FRFs do modelo original, como é apresentado nas figuras 3.4 e 3.100. Com o intuito de verificar se uma dada estrutura se encontra com dano foi utilizado o *Indicador da Norma (IN)* que tem como inputs as FRFs. Este indicador revelou-se uma ferramenta muito útil para identificar a existência de dano em estrutura. Após a constatação da existência de dano no modelo em estudo foi possível verificar, para ambas as situações de dano, que se forem consideradas as coordenadas dos extremos do modelo em estudo como coordenadas conhecidas e se as forças dinâmicas forem aplicadas aos pares e por recorrência é possível determinar o intervalo de coordenadas onde o dano está presente.

Com os resultados no ensaio n.º5 (secção 3.5.1) verifica-se, para o modelo em estudo, que quando as forças não são aplicadas de forma consecutiva e se existir um dano entre as coordenadas a onde são aplicadas as forças dinâmicas os valores das funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas com as coordenadas conhecidas não são coincidentes para os sistemas com e sem dano e as transmissibilidades dessas funções apresentam “máximos afiados”. No entanto verifica-se que, para as coordenadas que se encontram fora do intervalo de coordenadas a onde são aplicadas as forças dinâmicas, os valores das funções de transmissibilidade são coincidentes para os sistemas com e sem dano e as transmissibilidades dessas funções apresentam “somente mínimos”. Outra observação curiosa reside no facto de que quando o par de forças é aplicado em coordenadas desconhecidas sucessivas as transmissibilidades não apresentam “máximos afiados” somente mínimos (ver os ensaios do 1 ao 4 da secção 3.5.1 e os ensaios do 1 ao 5 da secção 3.5.2), não se verificando o mesmo quando o par de forças não é aplicado entre coordenadas sucessivas ou em coordenadas conhecidas (ver ensaio 5 e da secção 3.5.2).

Este estudo permitiu ainda confirmar a validade da propriedade 2 da transmissibilidade que afirma que se for feita uma modificação de rigidez entre coordenadas onde as forças estão aplicadas as funções de transmissibilidade não se altera, no entanto o ensaio n.º 6 da secção 3.5.2 veio alterar para o facto de que pode não ser possível obter as funções de transmissibilidade quando as coordenadas de aplicação das forças não coincidem com as coordenadas conhecidas.

Capítulo 4

Caso de Estudo Experimental

4.1 Introdução

Neste capítulo vai ser apresentado um caso de estudo experimental utilizando uma estrutura real, com base nos conceitos apresentados no capítulo 2, para tentar identificar a existência de dano e determinar a sua localização em uma estrutura real pretendendo-se desta forma confirmar se é possível a identificação e localização do dano, utilizando os procedimentos apresentados no capítulo 3 com dados obtidos por via experimental.

Na primeira parte do capítulo serão apresentadas as características geométricas e de material dos modelos experimentais estudados e definidos como original e com um e dois danos. De seguida serão descritos os equipamentos utilizados na aquisição dos dados experimentais necessários. Posteriormente serão explicados os procedimentos associados aos testes de vibração, nos quais se incluem a suspensão utilizada, pontos de medição e excitação. Ao longo do capítulo vão ser apresentados dois algoritmos desenvolvidos, sob o software MATLAB, que vão realizar várias simulações numéricas que permitirão estudar o comportamento das FRFs e das funções de transmissibilidade do modelo experimental original e dos modelos experimental com dano.

Após a apresentação do algoritmo será feita a descrição dos ensaios realizados e das observações que foram feitas. Por fim será apresentada uma discussão dos resultados obtidos.

4.2 Características do Modelo Experimental Original

O modelo experimental estudado foi constituído a partir de uma viga em aço de secção transversal de 35mm x 6mm e comprimento de 965mm onde foram feitos e numerados 10 furos com um diâmetro de 6mm cada, como indica a figura 4.1.

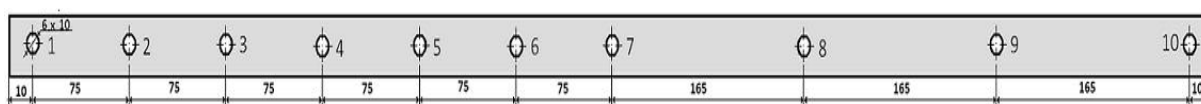


Figura 4.1 - Representação do modelo original em estudo

Para tornar mais fácil a fixação dos suportes dos acelerómetros utilizados bem como o correcto direccionamento das forças de excitação aplicadas à estrutura, foram colocados parafusos de aço com 12 mm de comprimento e 6 mm de diâmetro nos furos da viga. Os parafusos foram

apertados com porcas com cabeça esférica de 5mm de diâmetro interior, entre a viga e a porca foi colocada uma anilha com 6mm de diâmetro interior, com se encontra apresentado nas figuras 4.2 e 4.3.

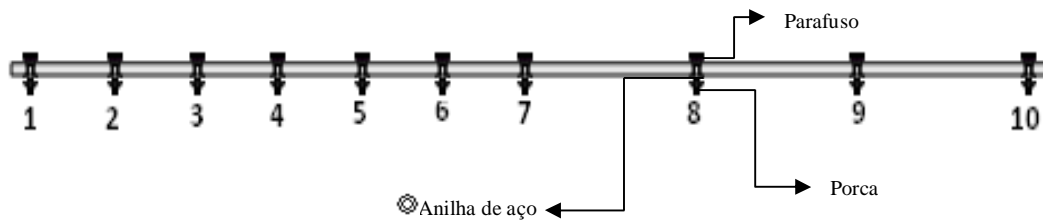


Figura 4.2 - Estrutura Original (Esquema)

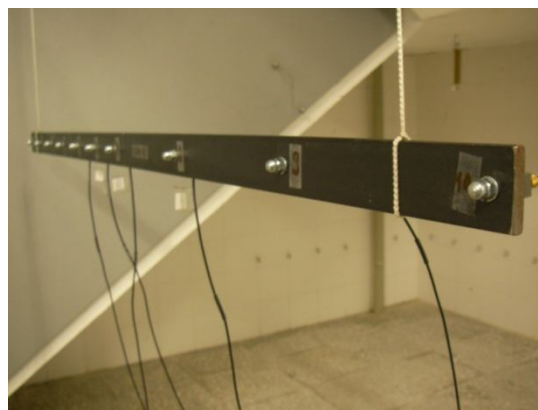
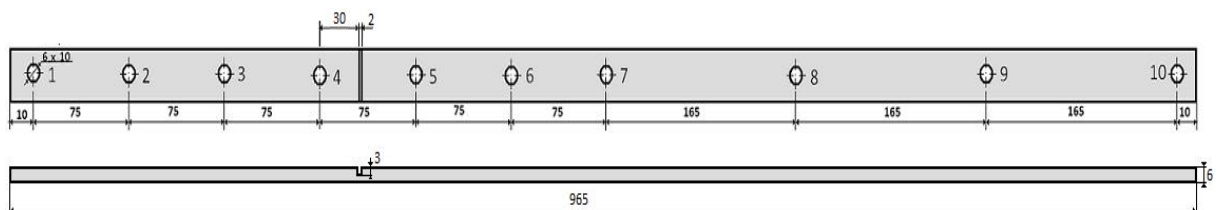


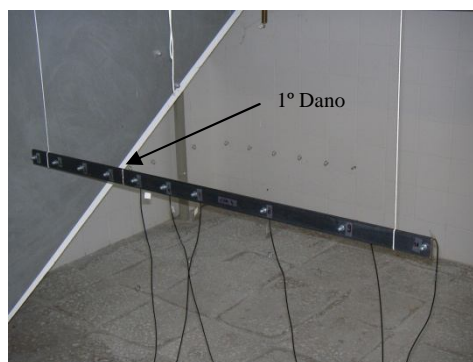
Figura 4.3 – Estrutura Original (Foto)

4.3 Modelo Experimental com Danos

Com o intuito de realizar um estudo experimental para tentar identificar a existência de dano e determinar a sua localização, foram estudadas duas situações de dano aplicado na estrutura original (figura 4.1). Na primeira situação de dano em estudo foi realizado um rasgo na estrutura original, de aproximadamente 3 mm de profundidade e 2mm de espessura, ao longo de toda a secção transversal entre as coordenadas definidas como 4 e 5, como indica a figura 4.4 (a) (b).



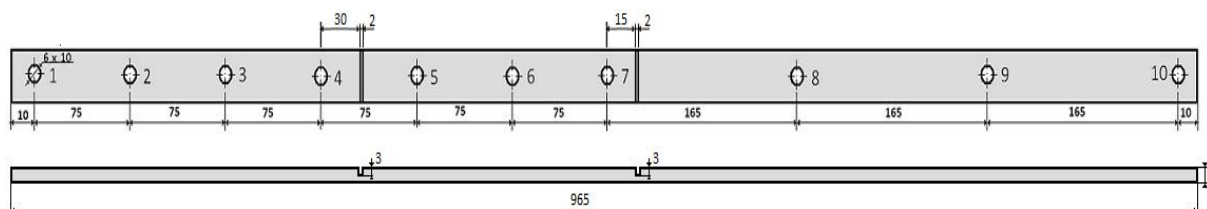
(a)



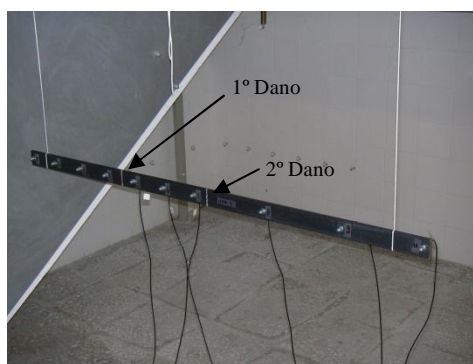
(b)

Figura 4.4 – (a) Representação do Modelo com 1 Dano (b) Estrutura com 1 Dano (Foto)

Na segunda situação de dano foi provocado um segundo dano, afastado do primeiro dano, com um rasgo de aproximadamente de 3mm de profundidade e 2mm de espessura, ao longo de toda a secção transversal entre as coordenadas os pontos 7 e 8, como indica na figura 4.5.



(a)



(b)

Figura 4.5 - (a) Representação do Modelo com 2 Danos (b) Estrutura com 2 Danos (Foto)

4.4 Sistemas de Aquisição e Medição de Dados e Programas Numéricos

4.4.1 Sistema de Aquisição e Medição de Dados

Para realizar os ensaios experimentais foram utilizados diversos equipamentos cujas características são a seguir descritas.

Para a medição das funções de resposta em frequência nas coordenadas pretendidas, foram utilizados seis acelerómetros piezoelectricos uni-axiais (*BRÜEL & KJÆR, Type 4507*), cuja massa é de aproximadamente de 4.8g.

Para a realização dos ensaios, foi utilizado um martelo de impacto piezoelectrico (*BRÜEL & KJÆR, Type 8202*) que permitiu aplicar as forças excitadoras nas coordenadas pretendidas. Para a obtenção das FRFs (deslocamento/força) foi utilizada uma ponta de plástico duro.

Os sinais foram recolhidos e processados por um analisador espectral (*BRÜEL & KJÆR, Type 2035*), equipado com uma unidade de aquisição de dados (*BRÜEL & KJÆR, Type 2816*) com seis entradas que permitiu a aquisição em simultâneo das FRFs dos seis acelerómetros, devido a aplicação de uma força excitadora. O analisador realiza a transformada de Fourier dos sinais no domínio do tempo para o domínio da frequência, obtendo-se como resultado as FRFs na forma deslocamento/força.

O acelerómetro foi fixado à estrutura a estudar, através de um suporte que foi colado à cabeça dos parafusos da estrutura em estudo com uma cola de precisão (*LOCTITE*) de forma a garantir que os valores medidos correspondem exactamente ao movimento da estrutura e não há movimentos relativos entre a estrutura e o acelerómetro (figura 4.6).



Figura 4.6 – Esquema de Montagem do Acelerómetro *B & K Type 4507*

Uma vez que só existiam seis acelerómetros disponíveis, foi necessário proceder à construção de “acelerómetros fantasmas” com o mesmo peso e dimensões que os acelerómetros reais. Para isso, foram cortados de uma viga em caixão, com de secção transversal de 10mm x 10mm, fracções com 10mm de comprimento de modo a simular as dimensões dos acelerómetros. O peso desejado, igual ao dos acelerómetros reais, foi obtido com o preenchimento da secção oca das fracções cortadas com solda de chumbo, como se pode observar na figura 4.7.

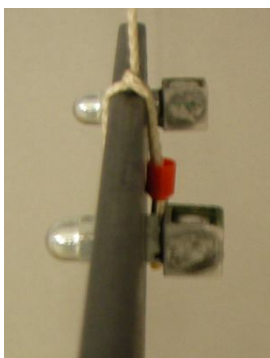


Figura 4.7 – Acelerómetro Fantasma

Para a realização dos ensaios experimentais foi utilizada, na estrutura em estudo, a suspensão apresentada na figura 4.8. Pretendia-se desta forma não restringir o movimento da estrutura quer em translação quer em rotação, simulando desta forma a situação de uma viga livre-livre. Para tal, foi

utilizada uma corda que se encontrava fixa a uma parede sólida, garantindo desta forma que nas curvas medidas não se verifica qualquer efeito da estrutura de suporte.



Figura 4.8 – Suspensão utilizada na estrutura em estudo

A obtenção das 10 FRFs de receptância, na gama de frequências 0-400Hz, para cada uma das dez coordenadas de excitação da estrutura original e com as duas situações de dano aplicados foi feita em dois passos sequenciais. No primeiro passo foram fixados os acelerómetros das coordenadas 1, até à 6 da viga, nos restantes pontos foram fixados acelerómetros fantasmas, como indica a figura 4.9 (a). Isto permitiu a aquisição das FRFs das seis primeiras coordenadas da viga para cada uma das dez coordenadas de excitação. No segundo passo foram fixados os acelerómetros fantasmas nas coordenadas de 1 até 4 da viga e os acelerómetros reais nas seis restantes coordenadas de medição, como indica a figura 4.9 (b). Isto permitiu a aquisição das FRFs das coordenadas 7, 8, 9 e 10 para cada uma das dez coordenadas de excitação. A medição em cada um dos passos das FRFs nos pontos 5, 6 e 7 permitiu confirmar que estas FRFs obtidas no primeiro passo eram semelhantes às do segundo passo, permitindo assim concluir que os acelerómetros fantasmas cumpriram eficazmente a sua função.

Nos ensaios foram efectuados 10 medições para cada força de excitação e calculada, pelo analisador, a media correspondente a cada uma das FRFs em questão. As FRFs foram medidas utilizando 800 linhas espectrais, o que conduz a uma resolução de 0.50Hz, com um tempo de aquisição de 2 segundos. Este processo de medição foi repetido para cada uma das situações de dano da estrutura em estudo.

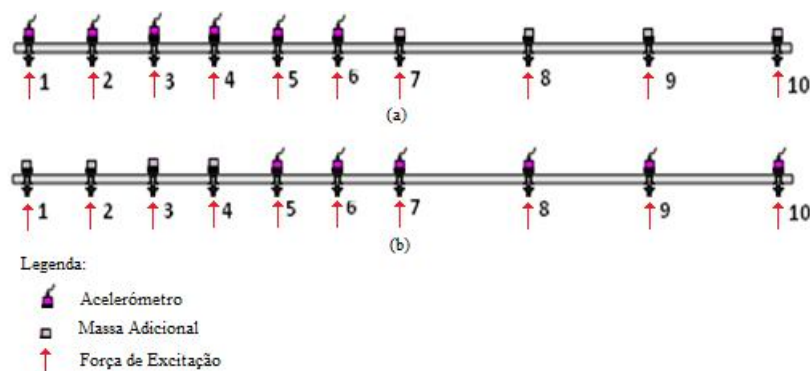


Figura 4.9 – (a) Primeiro Passo (b) Segundo Passo

4.4.2 Dificuldades Sentidas na Obtenção de Dados Experimentais

A execução dos testes experimentais realizados para a obtenção das *FRFs*, medidas através dos vários acelerómetros utilizados e devidas à aplicação das diferentes forças nas várias coordenadas de

excitação, permitiu revelar a dificuldade que se sentiu em conseguir aplicar a força excitadora na direcção exacta que se pretendia quando a estrutura adquiria movimento depois da primeira excitação imposta, tendo sido realizadas dez excitações para cada força. Tal facto obrigou ao dispêndio de algum tempo na realização dos ensaios experimentais.

4.4.3 Programas Numéricos

Após a medição das *FRFs* da estrutura original e das estruturas modificadas, foi desenvolvido um programa em MATLAB que permite identificar a existência de dano. Este programa, definido como *Indicador da Norma Experimental (INE)*, permite obter uma visão global das funções de resposta em frequência da estrutura, para uma gama de frequências pré-definida e utiliza como parâmetros de entrada as *FRFs* obtidas por via experimental da estrutura original e da estrutura modificada.

Após constatada a existência de dano na estrutura é aplicado um outro programa desenvolvido, definido como *Programa Dinâmico Experimental (PDE)* que permite calcular a matriz de transmissibilidade associada à matriz de receptância, entre o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{X_U\}$ o conjunto de coordenadas conhecidas $\{X_K\}$ quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{F_A\}$, com base no desenvolvimento proposto por Ribeiro *et al* [9]. Este programa utiliza como parâmetros de entrada as *FRFs* obtidas por via experimental quer da estrutura original quer da estrutura modificada.

4.5 Identificação e Localização do Dano

4.5.1 Estrutura com 1 Dano

Os ensaios experimentais são necessários para uma análise mais efectiva e real do estudo realizado. Para simular experimentalmente a existência de apenas um dano foi feito um rasgo ao longo de toda a secção transversal da estrutura original, como foi mencionado na secção 4.3 e como se indica na figura 4.4. Essa modificação de rigidez vai afectar as *FRFs* da estrutura original pretendendo-se verificar com este estudo se é efectivamente possível a confirmação e a sua localização do dano, quando se trata com dados experimentais e todas as condicionantes que daí advêm.

Identificação da Existência de Dano

Para obter a confirmação da existência de dano na estrutura, foram utilizadas as funções de resposta em frequência (receptância) obtidas experimentalmente da estrutura original (Figura 4.3) e da estrutura com um dano (Figura 4.4). Com a aplicação do *Indicador da Norma* as *FRFs* obtidas experimentalmente, para a situação sem dano e com dano, vai permitir obter uma curva única para cada uma das situações referidas. Os máximos dessa curva correspondem às frequências naturais do sistema em estudo, logo a existência de dano vai traduzir-se em alterações nas frequências em que se registam esses máximos, como se pode constatar na figura seguinte.

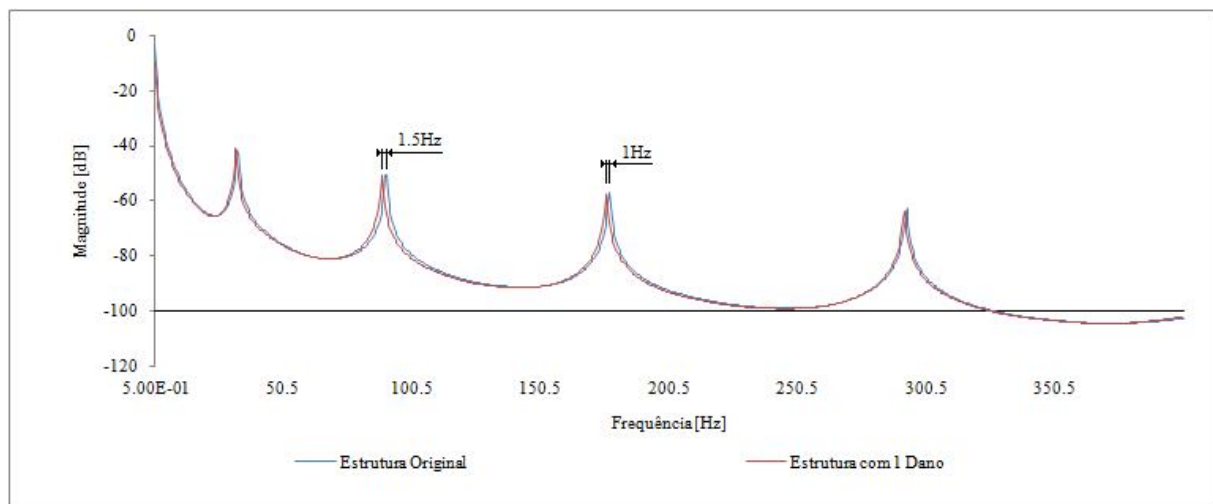


Figura 4.10 – *Indicador de Norma Experimental (INE)* calculado para a Estrutura Original e para a Estrutura com 1 Dano

Na tabela 4.1 estão apresentados os valores das frequências naturais observados a partir da aplicação do *Indicador da Norma*, para a estrutura original e com dano.

Tabela 4-1 – Frequências naturais relativas a estrutura original e a estrutura com um dano

| | Estrutura Original | Estrutura com 1 Dano |
|---|--------------------|----------------------|
| | Frequência [Hz] | |
| 1 | 32.5 | 32.5 |
| 2 | 90.5 | 89 |
| 3 | 177 | 176 |
| 4 | 292 | 292 |

A observação destes resultados permite constatar que os valores obtidos para a estrutura com um dano são muito próximos dos valores obtidos para a estrutura original, verificando-se que o dano introduzido na estrutura original produziu somente alterações na segunda e terceira frequências naturais de vibração, não sendo estas superiores a 1,5Hz (figura 4.10).

Localização do Dano

Após a constatação da existência de dano na estrutura original, pretende-se verificar se é possível determinar a sua localização utilizando o conceito de transmissibilidade. Para tal, utilizou-se como ferramenta o algoritmo desenvolvido em MATLAB, definido como *Programa Dinâmico Experimental*. Esta ferramenta permite calcular as funções de transmissibilidade, a partir da matriz de receptâncias, obtida por via experimental, para uma dada gama de frequência pré-definida. Este estudo consiste em comparar os valores obtidos das funções de transmissibilidade da estrutura original com os valores obtidos das funções de transmissibilidade da estrutura com um dano. Com isso, pretende-se tentar desenvolver um método que permita determinar a localização do dano, utilizando dados obtidos por via experimental.

Ensaio n.º1

No primeiro ensaio realizado foi considerado que o primeiro par de forças excitadoras é aplicado nas coordenadas {1,2}, foram consideradas as coordenadas conhecidas as coordenadas {1, 10} e todas as oito restantes como coordenadas desconhecidas. Neste primeiro ensaio foram portanto utilizadas as FRFs medidas nas coordenadas 1 e 10 relativas a cada força de excitação aplicada à estrutura em estudo, como indica a figura 4.11.

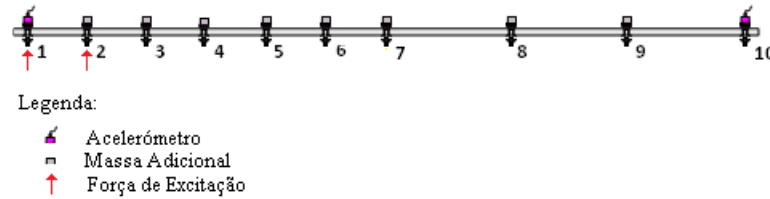


Figura 4.11 – Ensaio n.º 1

A matriz de transmissibilidade associada à matriz de receptância designada entre o conjunto de coordenadas consideradas neste ensaio, esta definida na equação 3.3.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos onde são comparadas as funções de transmissibilidade da estrutura original (figura 4.3) e da estrutura com um dano (figura 4.4). Devido à falta de qualidade dos resultados a baixas frequências, foram somente utilizados os valores das transmissibilidades correspondentes à gama de frequência compreendida entre 20 e 400 Hz.

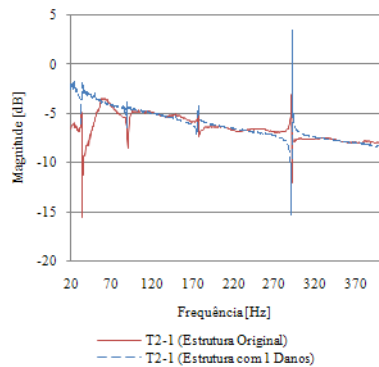


Figura 4.12 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

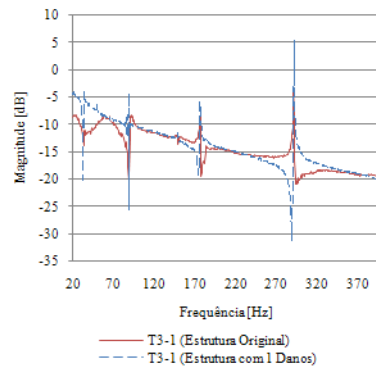


Figura 4.13 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

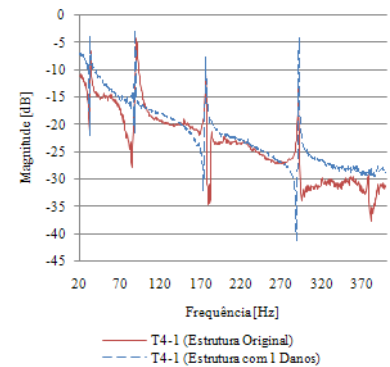


Figura 4.14 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

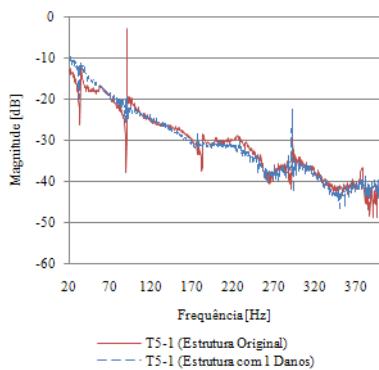


Figura 4.15 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

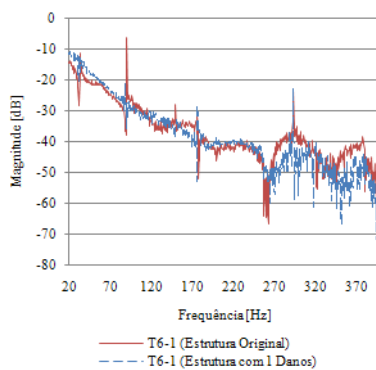


Figura 4.16 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

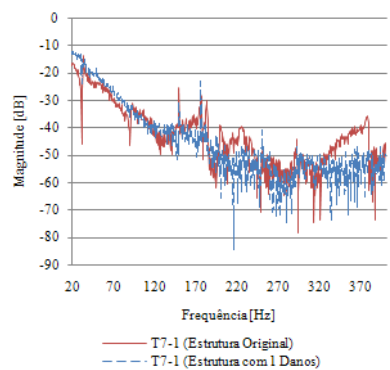


Figura 4.17 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

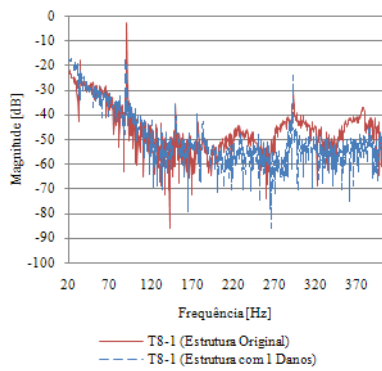


Figura 4.18 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

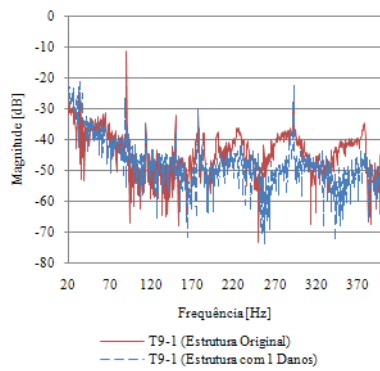


Figura 4.19 - Função de Transmissibilidade T_{9-1}

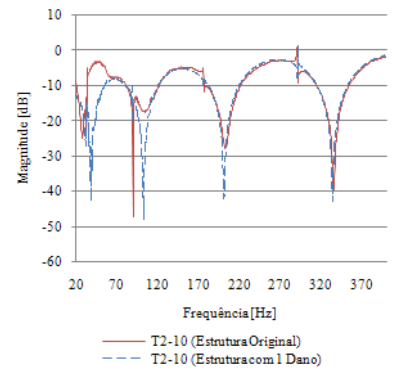


Figura 4.20 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

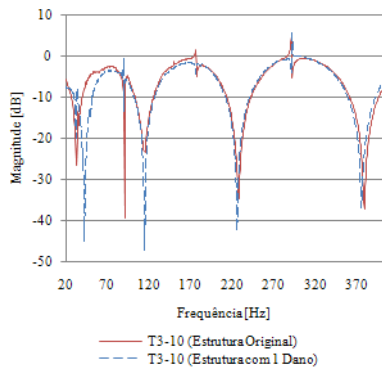


Figura 4.21 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

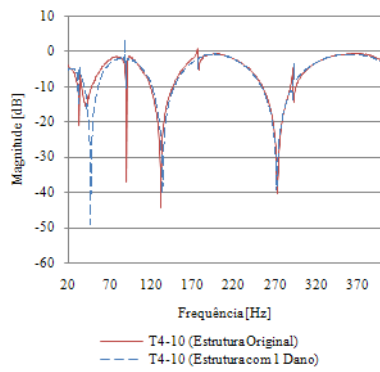


Figura 4.22 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

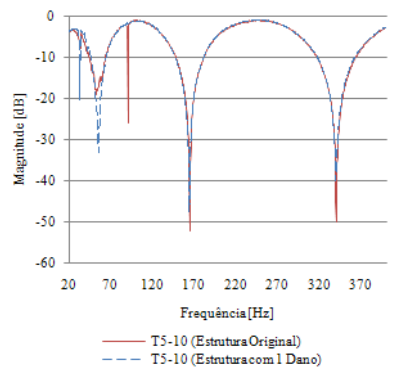


Figura 4.23 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

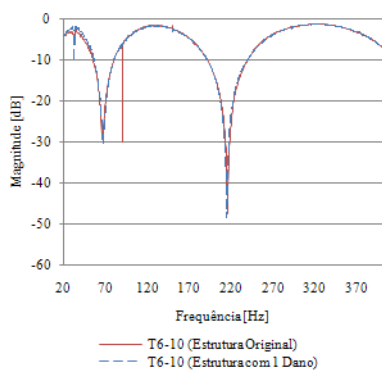


Figura 4.24 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

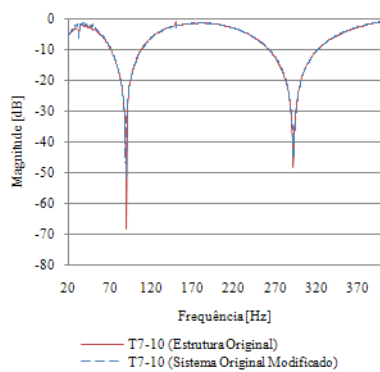


Figura 4.25 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

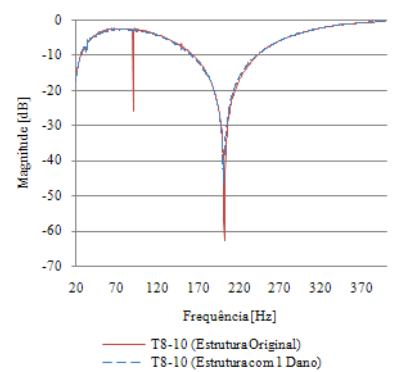


Figura 4.26 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

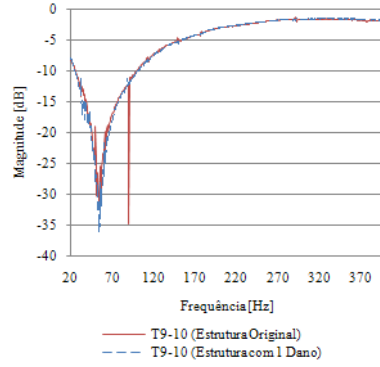


Figura 4.27 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Observações

Após a comparação das curvas de transmissibilidade obtidas para o sistema com e sem dano, para as condições de excitação anteriormente definidas, constatou-se que as transmissibilidades T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} apresentam um comportamento tal que não permite tirar grandes conclusões (figura 4.15-19). Para as restantes transmissibilidades observou-se não ser fácil aferir sobre a real coincidência entre as curvas. Parte desta dificuldade deve-se ao facto do dano introduzido na estrutura original ter produzido alterações muito pequenas nas FRFs do sistema modificado, sendo estas alterações somente observadas no segundo e terceiro modo de vibração, o que traduz em pequenas alterações nas funções de transmissibilidade, em especial no valor dos mínimos. Constatada tal dificuldade, foi desenvolvido um indicador, definido como *Indicador de Dano* que pretende tornar mais claro as diferenças observadas nas transmissibilidades dos sistemas com e sem dano.

Considerando o vector com $U \times K$ Transmissibilidades, calculadas para cada frequência $\{T(\omega_a)\} = \{T_1(\omega) T_2(\omega) T_3(\omega) \dots T_{U \times K}(\omega)\}$, em que $T_b(\omega) = T_{b \text{ real}}(\omega) + i T_{b \text{ imag}}(\omega)$, então ID , para uma gama de frequências a variar entre $\omega_{inicial}$ e ω_{final} , para cada transmissibilidade do sistema original e modificado é definido por:

$$ID(\omega) = \frac{\sum_{j=\omega_{inicial}}^{\omega_{final}} \left| \sqrt{[(T(\omega_j)_{Real})^2 + (T(\omega_j)_{Imag})^2]_{modificado}} - \sqrt{[(T(\omega_j)_{Real})^2 + (T(\omega_j)_{Imag})^2]_{original}} \right|}{n} \quad (4.1)$$

Com a aplicação deste indicador é suposto observarem-se para frequência valores iguais a zero caso a estrutura não tenha sofrido qualquer dano e valores diferentes de zero caso o dano esteja presente, devendo os valores ser tanto mais elevados quanto maior o dano efectivo.

A gama de frequências inicialmente escolhida para o estudo encontrava-se compreendida entre 0-400Hz, verificou-se no entanto que podia não ser benéfico para o estudo a análise de uma gama tão grande de frequências devido aos desvios observados nas curvas de transmissibilidade a baixas frequências e à presença de inconformidades no andamento esperado (picos espúrios) das curvas, logo o fornecimento de muita informação (gama elevada de frequências) pode não ser vantajoso. Constatada esta realidade e dado que o dano produziu alterações nas segunda e terceira frequências naturais optou-se por limitar a gama de frequências de 85 a 180Hz.

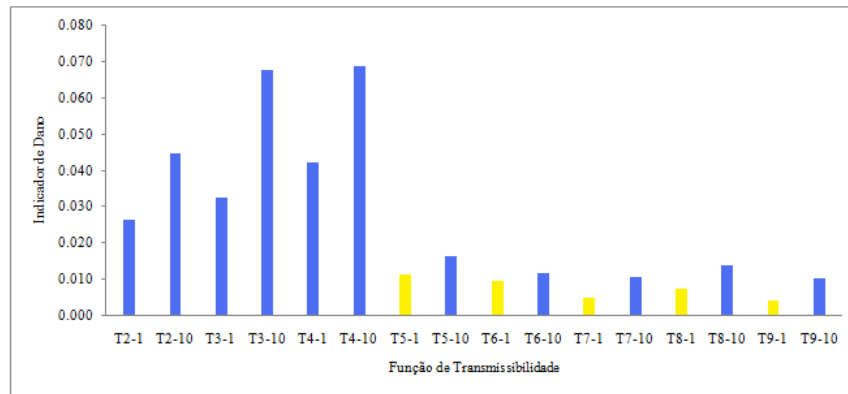


Figura 4.28 – Aplicação do *Indicador de Dano* às Transmissibilidades obtidas no Ensaio n.º1

A partir da observação dos gráficos das funções de transmissibilidade obtidas optou-se por não considerar as transmissibilidades que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {5, 6, 7, 8 e 9} com a coordenada conhecida 1, isto porque as curvas obtidas apresentam um comportamento estranho (barras amarelas), optando-se por utilizar os resultados obtidos para as funções de transmissibilidade que relacionam todas as coordenadas desconhecidas com a coordenada conhecida 10 (figuras 4.12-27). Com base na figura 4.28 pode observar-se que as funções T_{2-1} , T_{3-1} , T_{4-1} , T_{2-10} , T_{3-10} , T_{4-10} apresentam valores altos para o indicador de Dano o que se traduz numa maior diferença entre as funções de transmissibilidade obtidas para a estrutura com e sem dano. As funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecida {5, 6, 7, 8 e 9} com a coordenada conhecida 10 apresentam diferenças substancialmente inferiores às registadas com as curvas anteriormente referidas, com base nestas observações considerou-se que a zona da estrutura onde é maior a probabilidade do dano estar presente encontra-se compreendida entre a coordenada 1 e a coordenada 5, como indica a figura 4.29.

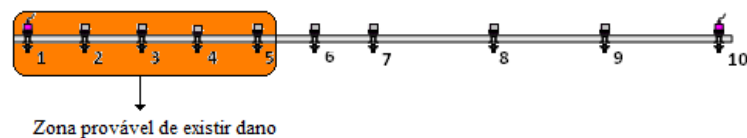


Figura 4.29 – Estrutura com localização mais provável do dano

Ensaio n.º2

No segundo ensaio pretendeu-se verificar se os resultados observados no primeiro ensaio se mantinham caso se modificasse a posição de aplicação do par de forças excitadoras. Para isso foi deslocado o par de forças dinâmicas para as coordenadas 2 e 3, como indica a figura 4.30.

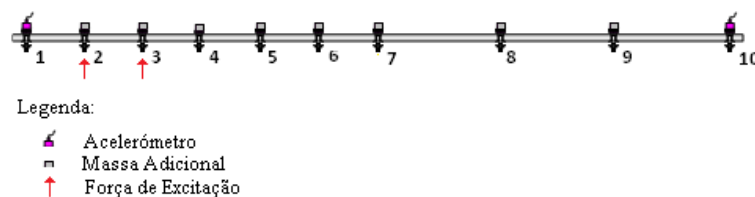


Figura 4.30 – Ensaio n.º 2

Neste ensaio foram consideradas as mesmas coordenadas conhecidas e desconhecidas que no ensaio anterior, o cálculo da matriz de transmissibilidade associada à esta situação de forças aplicadas encontra-se apresentado na equação 3.5.

Com o intuito de não tornar esta dissertação demasiado densa optou-se por apresentar os gráficos das funções de transmissibilidade para a estrutura com e sem dano no Anexo A, figuras A1-16.

Observações

Neste ensaio não foram tidos em linha de conta os resultados obtidos para as funções de transmissibilidade T_{5-1} , T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , dado o comportamento das curvas referidas nas figuras A.4-8 presentes no anexo A. Os resultados obtidos com a aplicação do *Indicador de Dano* para as restantes funções de transmissibilidade calculadas encontram-se apresentados na figura seguinte.

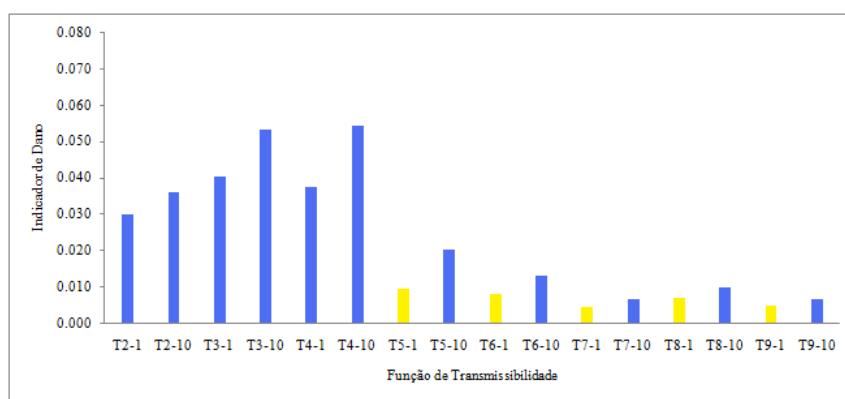


Figura 4.31 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2.

Através da observação do gráfico da figura 4.31 somo confrontados com o facto, não esperado, de que este ensaio não veio permitir reduzir o intervalo onde seria provável encontrar-se o dano, não trazendo portanto informação nova. Isto pode ser explicado com o facto de estarmos a utilizar dados experimentais, dados estes sujeitos à presença de ruído, sendo posteriormente o efeito deste ruído transferido para as funções de transmissibilidade.

Ensaio n.º3

No terceiro ensaio o par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 3 e 4, como indica a figura 4.32. Este ensaio foi realizado, a fim de verificar as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade, da estrutura com dano, se as forças de excitação forem aplicadas próximas deste. Neste ensaio foram consideradas as coordenadas conhecidas e desconhecidas assumidas nos ensaios anteriores.

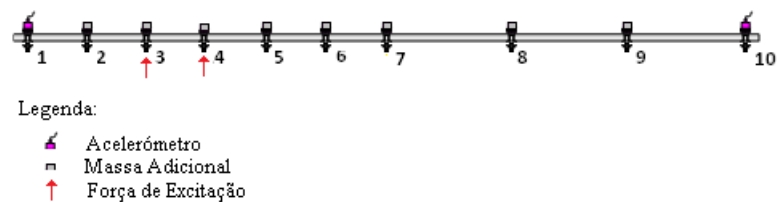


Figura 4.32 – Ensaio n° 3

O cálculo da matriz de transmissibilidades, associada à matriz de receptância, definida para o conjunto de coordenadas consideradas neste ensaio, encontra-se apresentado na equação 3.7.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras B.1-16, presentes no Anexo A.

Observações

Neste ensaio, e pelos motivos referidos nos ensaios anteriores, não foram considerados os resultados referentes às funções de transmissibilidade T_{6-1} , T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} . Os resultados obtidos com a aplicação do *Indicador de Dano* encontram-se apresentados na figura seguinte.

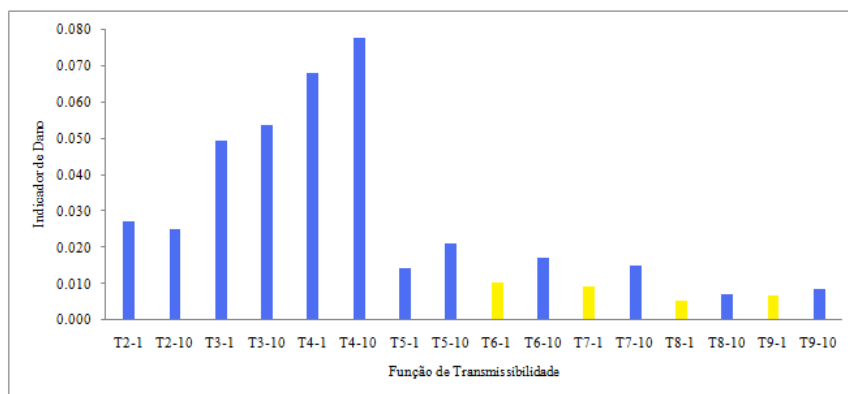


Figura 4.33 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º3.

Com base na figura 4.33 pode constatar-se que as funções T_{3-1} , T_{4-1} , T_{3-10} , T_{4-10} apresentam valores elevados para o *Indicador de Dano* que as restantes funções de transmissibilidade. Comparando os resultados obtidos na figura 4.31 com os resultados obtidos na figura 4.33, verifica-se que houve um aumento dos valores do *Indicador de Dano* para estas funções de transmissibilidade, T_{3-1} , T_{4-1} , T_{3-10} , T_{4-10} . Com isto, constata-se que em relação aos resultados apresentados na figura 4.33 as funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {3 e 4} com a coordenada conhecida 10 apresentam maiores diferenças entre os valores obtidos para a estrutura original e com dano. Também este ensaio não veio permitir diminuir o intervalo provável da existência do dano.

Ensaio n.º4

No quarto ensaio o par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 4 e 5, como indica a figura 4.67. Também neste ensaio foram considerados as mesmas coordenadas conhecidas e desconhecidas dos ensaios anteriores. Deste modo, pretendeu-se aplicar a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade para sistemas MDOF (secção 2.3.3), que afirma que se for realizada uma modificação de rigidez entre as coordenadas de aplicação das forças as funções de transmissibilidade do sistema original e modificado não se alteram.

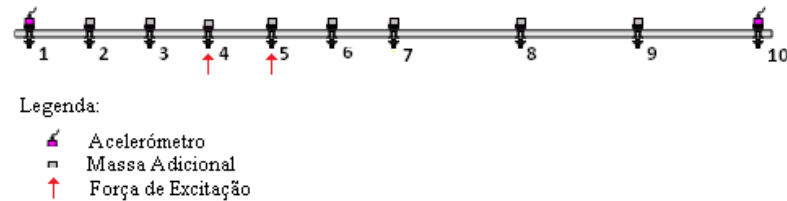


Figura 4.34 – Ensaio n.º 4

A matriz de transmissibilidade associada a este ensaio encontra-se na equação 3.9.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontram-se apresentados nas figuras C.1-16, presentes no Anexo A.

Observações

Neste ensaio não foram tidas em consideração os resultados referentes às transmissibilidades T_{7-1} , T_{8-1} e T_{9-1} , dado o seu comportamento. Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

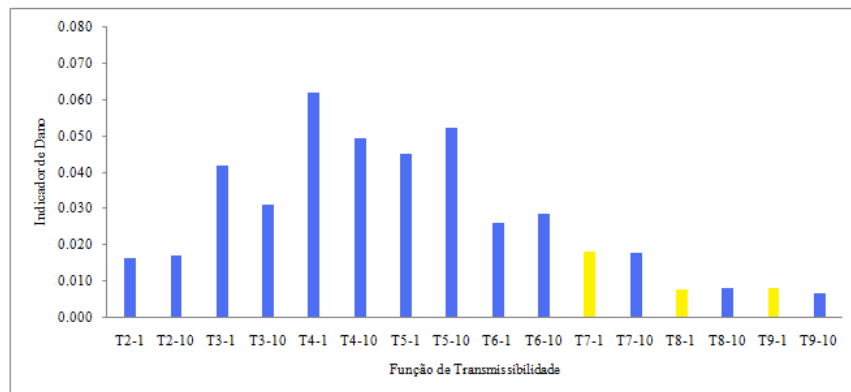


Figura 4.35 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º4.

Os resultados obtidos neste ensaio não foram os esperados, porque como se pode observar na figura 4.35 do *Indicador de Dano* são muito elevados para as funções de transmissibilidade T_{3-1} , T_{4-1} , T_{5-1} , T_{4-10} e T_{5-10} . Dado isto, não é possível determinar a localização exacta do dano no modelo experimental, logo o método que foi utilizado no capítulo 3 para determinar a localização do dano não se revelou suficientemente eficaz quando aplicado a dados recolhidos da experimentação.

Como não foi possível constatar os resultados obtidos no estudo teórico (Capítulo 3 secção 3.5.1), foi desenvolvido um novo método que tem como objectivo conseguir uma localização mais exacta do dano no modelo experimental. Este método vai tentar localizar o dano através da aplicação directa dos

conhecimentos obtidos com a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade, ou seja, serão aplicados pares sucessivos de forças ao longo da viga, pretendendo verificar-se se os valores do *Indicador do Dano* serão mínimos quando o par de forças for aplicado nas coordenadas que estão entre o dano. No entanto nestes ensaios serão considerados como coordenadas conhecidas as coordenadas de aplicação das forças excitadoras e como coordenadas desconhecidas as restantes, com isto eliminam-se as curvas com comportamentos estranhos, figuras 4.15-19 e nas figuras A4-8 e B5-8 do Anexo A.

Ensaio n.º1a

Com este ensaio pretende-se verificar se o dano presente na estrutura se encontra compreendido entre as coordenadas 1 e 2. Para isso foram consideradas como coordenadas conhecidas e de aplicação das forças excitadoras as coordenadas 1 e 2, sendo as restantes coordenadas consideradas como desconhecidas, figura 4.36.

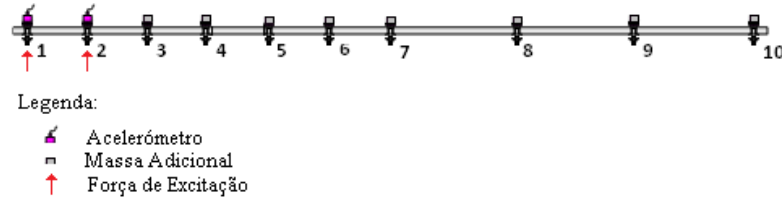


Figura 4.36 – Ensaio n.º 1a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {1, 2}, quando as forças excitadoras são aplicadas nas coordenadas {1, 2} é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{3-1}^{(1,2)} & T_{3-2}^{(1,2)} \\ T_{4-1}^{(1,2)} & T_{4-2}^{(1,2)} \\ T_{5-1}^{(1,2)} & T_{5-2}^{(1,2)} \\ T_{6-1}^{(1,2)} & T_{6-2}^{(1,2)} \\ T_{7-1}^{(1,2)} & T_{7-2}^{(1,2)} \\ T_{8-1}^{(1,2)} & T_{8-2}^{(1,2)} \\ T_{9-1}^{(1,2)} & T_{9-2}^{(1,2)} \\ T_{10-1}^{(1,2)} & T_{10-2}^{(1,2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3-1} & H_{3-2} \\ H_{4-1} & H_{4-2} \\ H_{5-1} & H_{5-2} \\ H_{6-1} & H_{6-2} \\ H_{7-1} & H_{7-2} \\ H_{8-1} & H_{8-2} \\ H_{9-1} & H_{9-2} \\ H_{10-1} & H_{10-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{1-1} & H_{1-2} \\ H_{2-1} & H_{2-2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.1)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras D.1-16, presentes no Anexo A.

Após a obtenção das curvas de transmissibilidade obtidas para o sistema com e sem dano, para as condições e excitação anteriormente definidas optou-se por aplicar o *Indicador do Dano* a estas funções. Com a aplicação deste indicador a cada uma das funções de transmissibilidade verificou-se que o dano não devia estar localizado entre as coordenadas 1 e 2, pois caso isso fosse verdade, segundo a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade, o indicador deveria apresentar para todas estas funções valores próximos de zero, o que não se verifica.

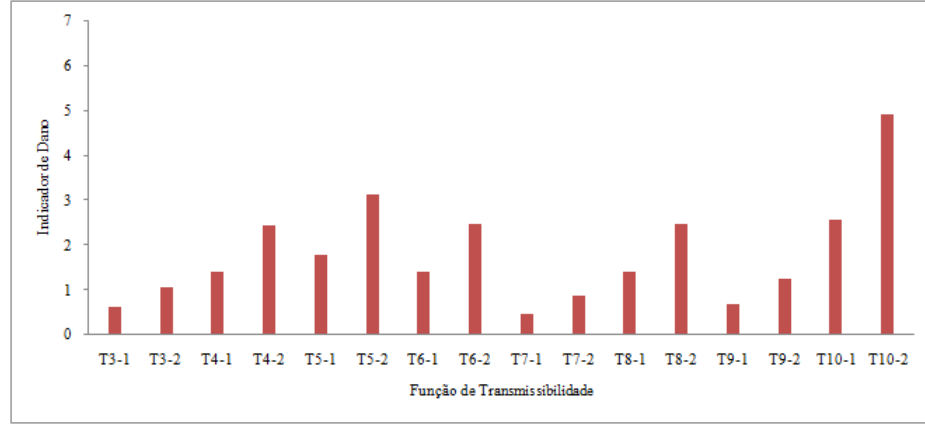


Figura 4.37 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º1a.

Ensaio n.º2a

Uma vez que com o ensaio anterior não se confirmou a presença do dano entre as coordenadas 1 e 2, foi feito um novo ensaio considerando as coordenadas 2 e 3 como coordenadas conhecidas e de aplicação das forças excitadoras, as restantes coordenadas foram consideradas como desconhecidas, como indica a figura 4.38.

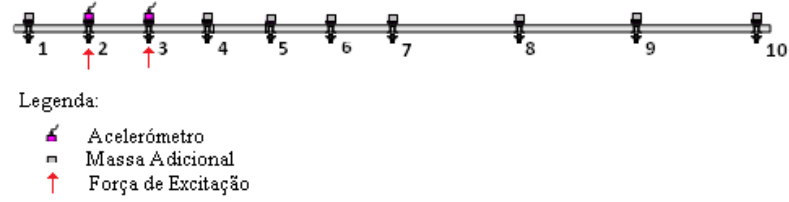


Figura 4.38 – Ensaio n.º 2a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {2, 3}, quando as forças excitadoras são aplicadas nas coordenadas {2, 3} é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{1-2}^{(2,3)} & T_{1-3}^{(1,2)} \\ T_{4-2}^{(2,3)} & T_{4-3}^{(2,3)} \\ T_{5-2}^{(2,3)} & T_{5-3}^{(2,3)} \\ T_{6-2}^{(2,3)} & T_{6-3}^{(2,3)} \\ T_{7-2}^{(2,3)} & T_{7-3}^{(2,3)} \\ T_{8-2}^{(2,3)} & T_{8-3}^{(2,3)} \\ T_{9-2}^{(2,3)} & T_{9-3}^{(2,3)} \\ T_{10-2}^{(2,3)} & T_{10-3}^{(2,3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-2} & H_{1-3} \\ H_{4-2} & H_{4-3} \\ H_{5-2} & H_{5-3} \\ H_{6-2} & H_{6-3} \\ H_{7-2} & H_{7-3} \\ H_{8-2} & H_{8-3} \\ H_{9-2} & H_{9-3} \\ H_{10-2} & H_{10-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{2-2} & H_{2-3} \\ H_{3-2} & H_{3-3} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.2)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras E.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

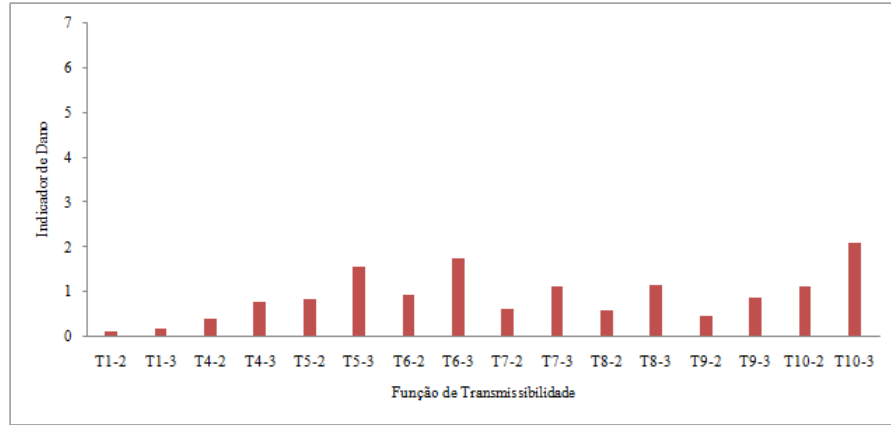


Figura 4.39 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2a.

Com base na figura 4.39 verifica-se que mais uma vez não foi confirmada a presença do dano entre as coordenadas de aplicação de forças 2 e 3.

Ensaio n.º3a

Não confirmada a presença do dano entre as coordenadas 2 e 3, o par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 2 e 3, como indica a figura 4.40.

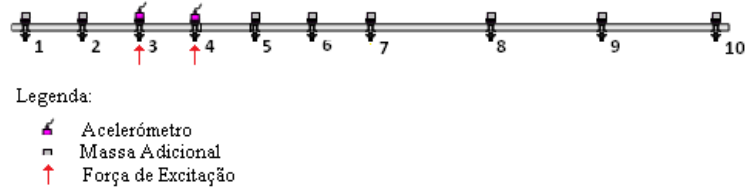


Figura 4.40 – Ensaio n.º 3a

A matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,5,6,7,8,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {3, 4}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {3, 4} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-3}^{(3,4)} & T_{1-4}^{(3,4)} \\ T_{2-3}^{(3,4)} & T_{2-4}^{(3,4)} \\ T_{5-3}^{(3,4)} & T_{5-4}^{(3,4)} \\ T_{6-3}^{(3,4)} & T_{6-4}^{(3,4)} \\ T_{7-3}^{(3,4)} & T_{7-4}^{(3,4)} \\ T_{8-3}^{(3,4)} & T_{8-4}^{(3,4)} \\ T_{9-3}^{(3,4)} & T_{9-4}^{(3,4)} \\ T_{10-3}^{(3,4)} & T_{10-4}^{(3,4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-4} \\ H_{2-3} & H_{2-4} \\ H_{5-3} & H_{5-4} \\ H_{6-3} & H_{6-4} \\ H_{7-3} & H_{7-4} \\ H_{8-3} & H_{8-4} \\ H_{9-3} & H_{9-4} \\ H_{10-3} & H_{10-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{3-3} & H_{3-4} \\ H_{4-3} & H_{4-4} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.3)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras F.1-16 presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

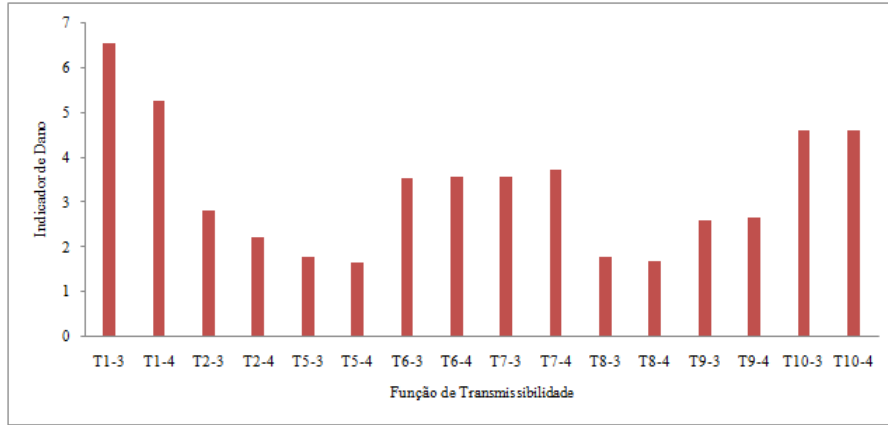


Figura 4.41 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º3a.

Com este ensaio verificou-se um grande aumento nos valores obtidos com o *IN* para todas as funções de transmissibilidade, mais uma vez não foi possível concluir que o dano se encontrava entre as coordenadas onde as forças foram aplicadas.

Ensaio n.º4a

Neste ensaio o par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 4 e 5, como indica a figura 4.42. Neste ensaio estamos nas condições de aplicação da propriedade 2 da matriz de transmissibilidade para sistemas MDOF (secção 2.3.3), que afirma que se for realizada uma modificação de rigidez entre as coordenadas de aplicação das forças as funções de transmissibilidade do sistema original e modificado não se alteram.

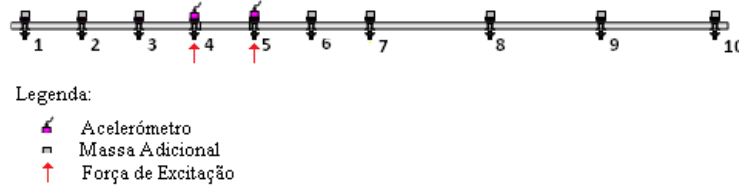


Figura 4.42 – Ensaio n.º 4a

A matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,6,7,8,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {4, 5} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-4}^{(4,5)} & T_{1-5}^{(4,5)} \\ T_{2-4}^{(4,5)} & T_{2-5}^{(4,5)} \\ T_{3-4}^{(4,5)} & T_{3-5}^{(4,5)} \\ T_{6-4}^{(4,5)} & T_{6-5}^{(4,5)} \\ T_{7-4}^{(4,5)} & T_{7-5}^{(4,5)} \\ T_{8-4}^{(4,5)} & T_{8-5}^{(4,5)} \\ T_{9-4}^{(4,5)} & T_{9-5}^{(4,5)} \\ T_{10-4}^{(4,5)} & T_{10-5}^{(4,5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} \\ H_{2-4} & H_{2-5} \\ H_{3-4} & H_{3-5} \\ H_{6-4} & H_{6-5} \\ H_{7-4} & H_{7-5} \\ H_{8-4} & H_{8-5} \\ H_{9-4} & H_{9-5} \\ H_{10-4} & H_{10-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{4-4} & H_{4-5} \\ H_{5-4} & H_{5-5} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.4)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras G.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

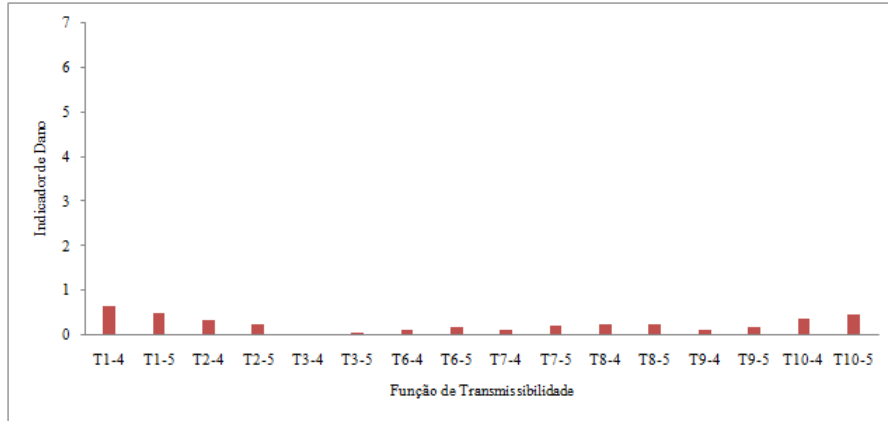


Figura 4.43 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º4a.

Através da observação da figura 4.43 pode constatar-se que o valor do indicador do dano obtido para todas as funções de transmissibilidade, envolvidas no ensaio, é muito próximo de zero, levando pois a suspeitar, caso se desconhecesse a real localização do dano, que este se encontrava compreendido entre as coordenadas 4 e 5. Para confirmar estas suspeitas foi decidido verificar o que aconteceria se o par de forças excitadoras continuasse a ser aplicado ao longo das restantes coordenadas.

Ensaio n.º5a

Neste ensaio o par de forças excitadoras e de coordenadas conhecidas foi deslocado para as coordenadas 5 e 6, como indica a figura 4.44.

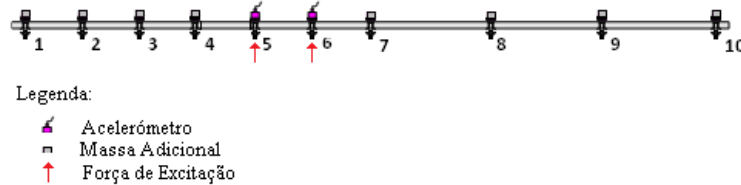


Figura 4.44 – Ensaio n.º 5a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{1,2,3,4,7,8,9,10\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{5, 6\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{5, 6\}$ é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{1-5}^{(5,6)} & T_{1-6}^{(5,6)} \\ T_{2-5}^{(5,6)} & T_{2-6}^{(5,6)} \\ T_{3-5}^{(5,6)} & T_{3-6}^{(5,6)} \\ T_{4-5}^{(5,6)} & T_{4-6}^{(5,6)} \\ T_{7-5}^{(5,6)} & T_{7-6}^{(5,6)} \\ T_{8-5}^{(5,6)} & T_{8-6}^{(5,6)} \\ T_{9-5}^{(5,6)} & T_{9-6}^{(5,6)} \\ T_{10-5}^{(5,6)} & T_{10-6}^{(5,6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-5} & H_{1-6} \\ H_{2-5} & H_{2-6} \\ H_{3-5} & H_{3-6} \\ H_{4-5} & H_{4-6} \\ H_{7-5} & H_{7-6} \\ H_{8-5} & H_{8-6} \\ H_{9-5} & H_{9-6} \\ H_{10-5} & H_{10-6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{5-5} & H_{5-6} \\ H_{6-5} & H_{6-6} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.5)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras H.1-16, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

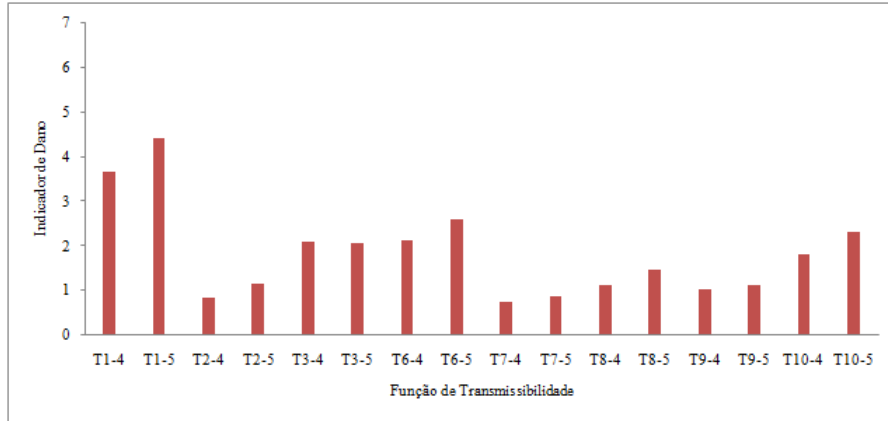


Figura 4.45 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º5a.

Ensaio n.º6a

Neste ensaio o par de forças excitadoras e de coordenadas conhecidas foi deslocado para as coordenadas 6 e 7, como indica a figura 4.46.

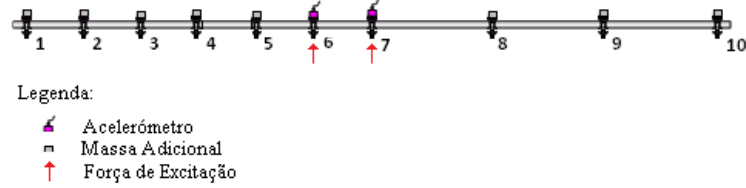


Figura 4.46 – Ensaio n.º 6a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{1,2,3,4,5,8,9,10\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{6, 7\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{6, 7\}$ é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-6}^{(6,7)} & T_{1-7}^{(6,7)} \\ T_{2-6}^{(6,7)} & T_{2-7}^{(6,7)} \\ T_{3-6}^{(6,7)} & T_{3-7}^{(6,7)} \\ T_{4-6}^{(6,7)} & T_{4-7}^{(6,7)} \\ T_{5-6}^{(6,7)} & T_{5-7}^{(6,7)} \\ T_{8-6}^{(6,7)} & T_{8-7}^{(6,7)} \\ T_{9-6}^{(6,7)} & T_{9-7}^{(6,7)} \\ T_{10-6}^{(6,7)} & T_{10-7}^{(6,7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-6} & H_{1-7} \\ H_{2-6} & H_{2-7} \\ H_{3-6} & H_{3-7} \\ H_{4-6} & H_{4-7} \\ H_{5-6} & H_{5-7} \\ H_{8-6} & H_{8-7} \\ H_{9-6} & H_{9-7} \\ H_{10-6} & H_{10-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{6-6} & H_{6-7} \\ H_{7-6} & H_{7-7} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.6)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras I.1-16., presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

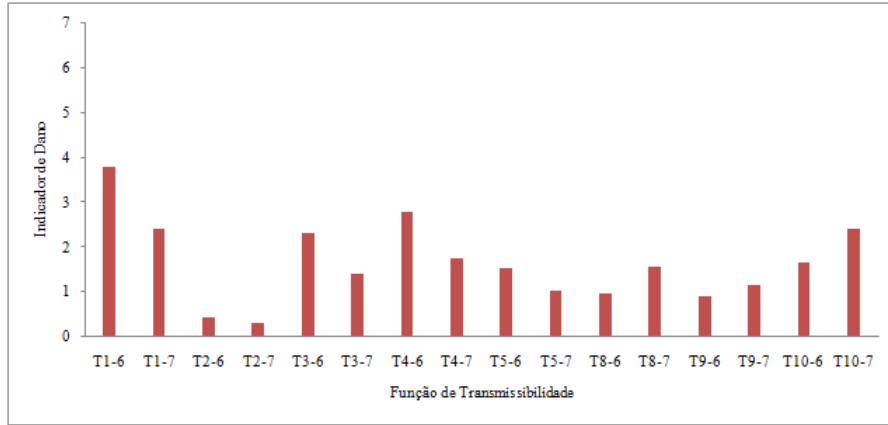


Figura 4.47 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º 6a.

Com os resultados obtidos na figura 4.47, nada de novo se pode concluir relativamente ao ensaio anterior.

Ensaio n.º 7a

Neste ensaio o par de forças excitadoras e de coordenadas conhecidas foi deslocado para as coordenadas 7 e 8, como indica a figura 4.48.

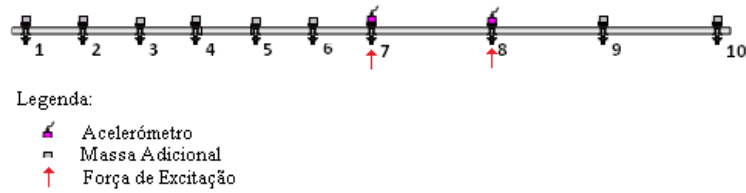


Figura 4.48 – Ensaio n.º 7a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,4,5,6,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {7, 8}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {7, 8} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-7}^{(7,8)} & T_{1-8}^{(7,8)} \\ T_{2-7}^{(7,8)} & T_{2-8}^{(7,8)} \\ T_{3-7}^{(7,8)} & T_{3-8}^{(7,8)} \\ T_{4-7}^{(7,8)} & T_{4-8}^{(7,8)} \\ T_{5-7}^{(7,8)} & T_{5-8}^{(7,8)} \\ T_{6-7}^{(7,8)} & T_{6-8}^{(7,8)} \\ T_{9-7}^{(7,8)} & T_{9-8}^{(7,8)} \\ T_{10-7}^{(7,8)} & T_{10-8}^{(7,8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-7} & H_{1-8} \\ H_{2-7} & H_{2-8} \\ H_{3-7} & H_{3-8} \\ H_{4-7} & H_{4-8} \\ H_{5-7} & H_{5-8} \\ H_{6-7} & H_{6-8} \\ H_{9-7} & H_{9-8} \\ H_{10-7} & H_{10-8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{7-7} & H_{7-8} \\ H_{8-7} & H_{8-8} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.7)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras J.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

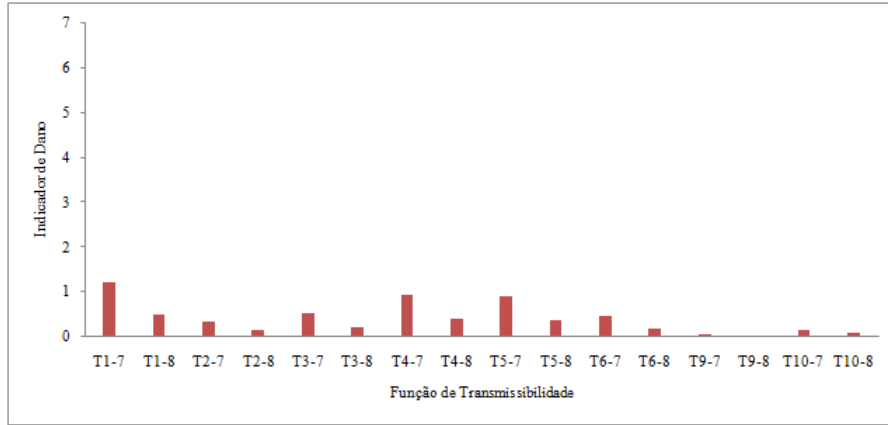


Figura 4.49 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º7a.

Este ensaio veio revelar um aspecto curioso observado que é o facto de que à medida que as forças excitadoras se afastam da zona onde o dano está presente os valores obtidos com a aplicação do *ID* às funções de transmissibilidade voltam a diminuir. Para confirmar estes resultados o par de forças excitadoras voltou a deslocar-se agora para as coordenadas 8 e 9 (ensaio 8a) e posteriormente para as coordenadas 9 e 10 (ensaio 9ª) sendo os resultados apresentados de seguida.

Ensaio n.º8a

Neste ensaio o par de forças excitadoras e de coordenadas conhecidas foi deslocado para as coordenadas 8 e 9, como indica a figura 4.50.

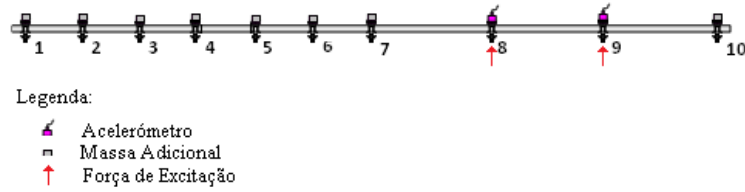


Figura 4.50 – Ensaio n.º 8a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{1,2,3,4,5,6,7,10\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{8, 9\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{8, 9\}$ é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-8}^{(8,9)} & T_{1-9}^{(8,9)} \\ T_{2-8}^{(8,9)} & T_{2-9}^{(8,9)} \\ T_{3-8}^{(8,9)} & T_{3-9}^{(8,9)} \\ T_{4-8}^{(8,9)} & T_{4-9}^{(8,9)} \\ T_{5-8}^{(8,9)} & T_{5-9}^{(8,9)} \\ T_{6-8}^{(8,9)} & T_{6-9}^{(8,9)} \\ T_{7-8}^{(8,9)} & T_{7-9}^{(8,9)} \\ T_{10-8}^{(8,9)} & T_{10-9}^{(8,9)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-8} & H_{1-9} \\ H_{2-8} & H_{2-9} \\ H_{3-8} & H_{3-9} \\ H_{4-8} & H_{4-9} \\ H_{5-8} & H_{5-9} \\ H_{6-8} & H_{6-9} \\ H_{7-8} & H_{7-9} \\ H_{10-8} & H_{10-9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{8-8} & H_{8-9} \\ H_{9-8} & H_{9-9} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.8)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras K.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

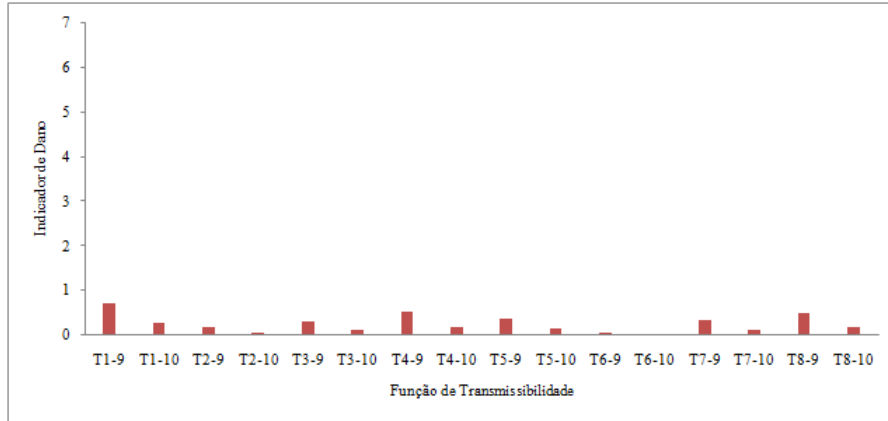


Figura 4.51 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º 8a.

Ensaio n.º 9a

No último ensaio o par de forças excitadoras e de coordenadas conhecidas foi deslocado para as coordenadas 9 e 10, como indica a figura 4.52.

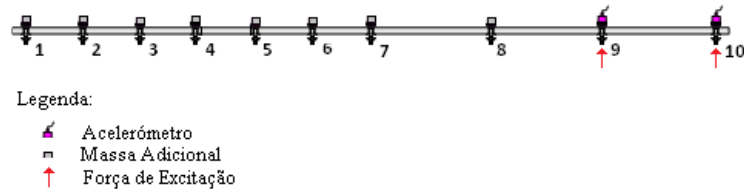


Figura 4.52 – Ensaio n.º 9a

Para este ensaio a matriz de transmissibilidade que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ com o conjunto de coordenadas conhecidas $\{8, 9\}$, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas $\{8, 9\}$ é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-9}^{(9,10)} & T_{1-10}^{(9,10)} \\ T_{2-9}^{(9,10)} & T_{2-10}^{(9,10)} \\ T_{3-9}^{(9,10)} & T_{3-10}^{(9,10)} \\ T_{4-9}^{(9,10)} & T_{4-10}^{(9,10)} \\ T_{5-9}^{(9,10)} & T_{5-10}^{(9,10)} \\ T_{6-9}^{(9,10)} & T_{6-10}^{(9,10)} \\ T_{7-9}^{(9,10)} & T_{7-10}^{(9,10)} \\ T_{8-9}^{(9,10)} & T_{8-10}^{(9,10)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-9} & H_{1-10} \\ H_{2-9} & H_{2-10} \\ H_{3-9} & H_{3-10} \\ H_{4-9} & H_{4-10} \\ H_{5-9} & H_{5-10} \\ H_{6-9} & H_{6-10} \\ H_{7-9} & H_{7-10} \\ H_{8-9} & H_{8-10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{9-9} & H_{9-10} \\ H_{10-9} & H_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.9)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras L.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

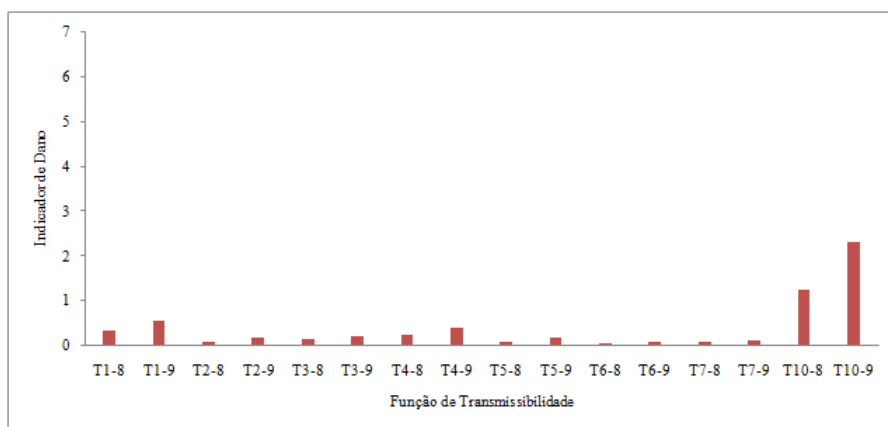


Figura 4.53 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º9a.

A realização dos três últimos ensaios permitiu concluir que quando as forças excitadoras são aplicadas longe do dano os valores do *Indicador do Dano* voltam a baixar.

Discussão dos Resultados

Com o objectivo de clarificar os resultados obtidos, com aplicação do novo método à situação de estudo em que existia um dano na estrutura é apresentado na figura 4.54, um esquema onde se encontram expostos os resultados obtidos com a aplicação do somatório dos valores do Indicador do Dano para todas as funções de transmissibilidade, envolvidas em cada um dos ensaios realizados.

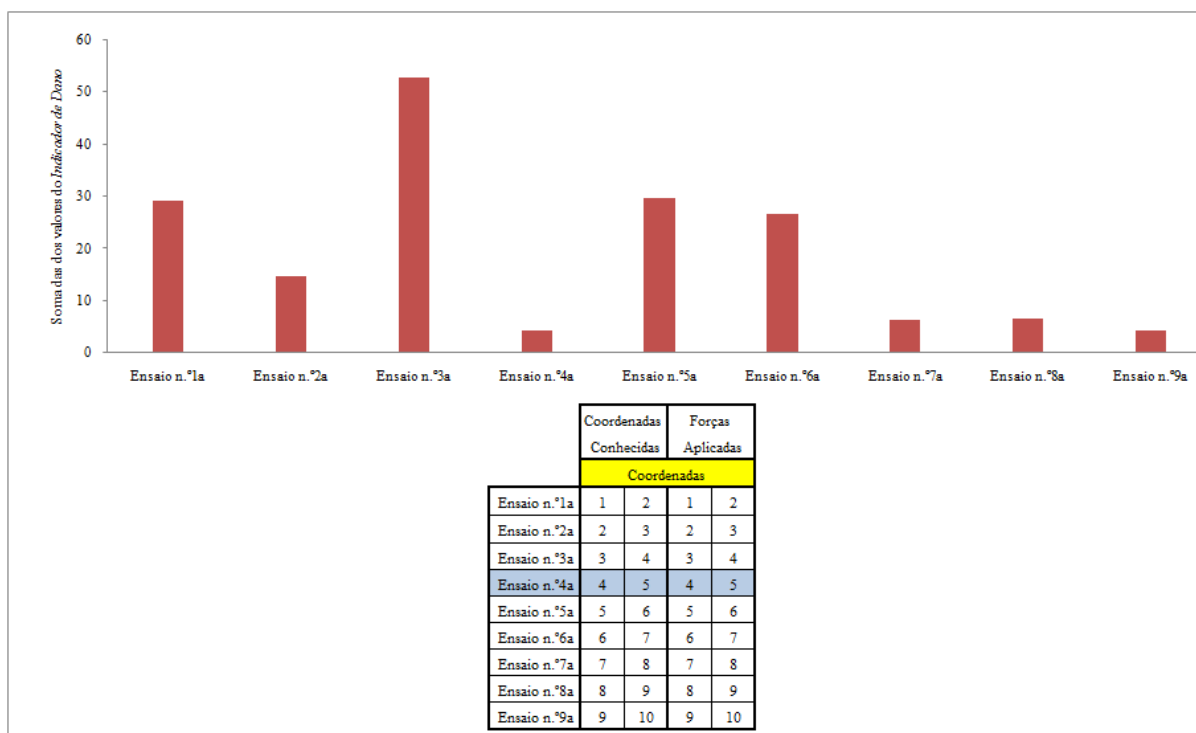


Figura 4.54 – Resumo dos resultados obtidos do Indicador de Dano para primeira situação de dano

Através da aplicação do método proposto, para esta situação de estudo, pôde verificar-se que:

1. Quando as forças de excitação são aplicadas entre as coordenadas onde o dano está presente, os valores obtidos pelo Indicador do Dano são muito baixos, verificando-se pois que as diferenças observadas entre as funções de transmissibilidade com e sem dano devem ser muito reduzidas, o que confirma o que é referido na propriedade 2, figura 4.43 e figura 4.54.
2. Quando as forças são aplicadas nas coordenadas imediatamente antes e depois do dano os valores do Indicador do Dano aumentam substancialmente, figura 4.54.
3. Quando as forças excitadoras são aplicadas em coordenadas afastadas da zona de dano os valores do Indicador do Dano voltam a diminuir tendendo para um valor constante (ensaios 7, 8 e 9) figura 4.54.

Com o que foi dito pode afirmar-se que a localização do dano foi conseguida, estando este situado entre as coordenadas 4 e 5, como indica a figura seguinte.

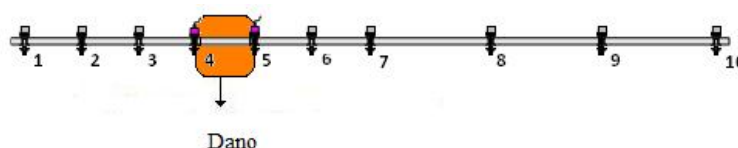


Figura 4.55 – Apresentação do Dano na Estrutura em Estudo

4.5.2 Estrutura com 2 Danos

Após ter sido concluído que é possível identificar a existência de um dano e determinar a sua localização exacta no modelo em estudo, foram realizados mais ensaios com o objectivo de tentar verificar se é possível identificar e localizar mais do que um dano no mesmo modelo. Para simular experimentalmente a existência de dois danos foi feito mais um rasgo ao longo de toda a secção transversal da estrutura com um dano, como foi mencionado na secção 4.3 e como indica a figura 4.5. O procedimento inicial utilizado para esta nova situação de estudo será o mesmo que o descrito na secção 4.5.1, ou seja serão efectuados os mesmos ensaios que foram realizados para a situação de um dano no modelo em estudo.

Identificação da Existência de Dano

Com o objectivo de obter a confirmação da existência de dano na estrutura, foram utilizadas como inputs para a aplicação do *Indicador da Norma*, as funções de resposta em frequência (receptância) obtidas experimentalmente da estrutura original (Figura 4.3) e da estrutura com dois danos (Figura 4.5), os resultados obtidos são apresentados no gráfico seguinte.

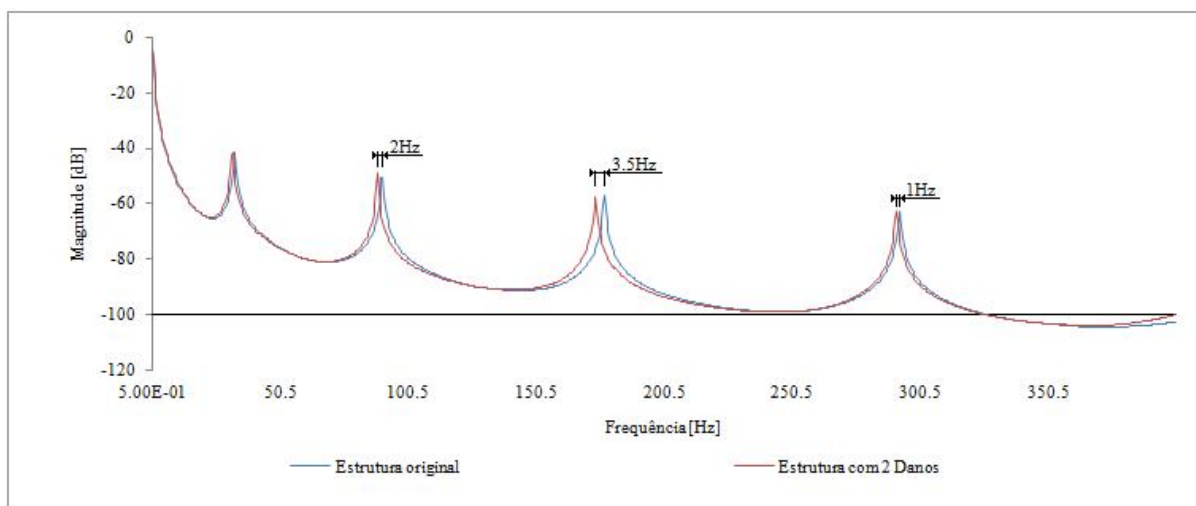


Figura 4.56 – Indicador da Norma Experimental (INE) calculado para a Estrutura Original e para a Estrutura com 2 Danos

Na tabela 4.2 estão apresentados os valores das frequências naturais observados a partir da aplicação do *Indicador da Norma*, para a estrutura original e com dois danos.

Tabela 4-2 – Frequências naturais relativas a estrutura original e a estrutura com dois danos

| | Estrutura Original | Estrutura com 2 Danos |
|---|--------------------|-----------------------|
| | Frequência [Hz] | |
| 1 | 32.5 | 32.5 |
| 2 | 90.5 | 88.5 |
| 3 | 177 | 173.5 |
| 4 | 292 | 291 |

A observação destes resultados permite constatar que os valores obtidos para a estrutura com dois danos apresentam diferenças significativas dos valores obtidos para a estrutura original, verificando-se que os danos introduzidos na estrutura original produziram alterações na segunda, terceira e na quarta frequência natural de vibração, não sendo, no entanto, estas alterações superiores a 3,5Hz (figura 4.56). Através da tabela 4.2, pode verifica-se que foi a segunda frequência natural a que apresentou maior alteração relativamente às restantes frequências.

Localização do Dano

Após a constatação da existência de dano na estrutura original, pretende-se verificar se é possível determinar a localização dos dois danos (figura 4.5) utilizando o conceito de transmissibilidade e o mesmo procedimento que foi utilizado na secção 4.5.1. Para isso, foram realizados vários ensaios com o intuito de determinar a possível localização dos danos no modelo experimental estudado (figura 4.5). Nesta fase, também foi utilizado como ferramenta de auxílio o programa desenvolvido (*PDE*) para o cálculo da matriz de transmissibilidade da estrutura com dois danos. Este estudo consiste em utilizar os valores obtidos das funções de transmissibilidade da estrutura original e comparar com os valores calculados das funções de transmissibilidade da estrutura com dois danos. Com isso, pretende-se utilizar o mesmo procedimento utilizado na secção 4.5.1 para tentar verificar se é possível determinar a localização exacta dos dois danos no modelo experimental apresentado na figura 4.5.

Como foi verificado na secção 4.5.1 o método utilizado no capítulo 3 não se revelou suficientemente eficaz, quando aplicado a dados recolhidos da via experimental, visto isto, nesta nova situação em estudo será aplicada a metodologia que no estudo anterior permitiu de uma forma mais credível localizar o dano presente na estrutura. O procedimento utilizado será o mesmo que o descrito na secção 4.5.1, ou seja serão efectuados os mesmos ensaios que foram realizados para a situação de um dano na estrutura.

Ensaio n.º1b

No primeiro ensaio, para a situação em existe dois danos no modelo experimental em estudo, pretende-se verificar se o dano presente na estrutura se encontra compreendido entre as coordenadas 1 e 2. Para isso foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º1a da secção 4.5.1 (figura 4.36). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.1.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras M.1-16, presentes no Anexo A.

Após a constatação das curvas de transmissibilidade obtidas para o sistema com e sem dano, para as condições e excitação anteriormente definidas, optou-se por aplicar o indicador de dano as estas funções de modo a verificar as diferenças existentes entre as funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano, figura 4.57.

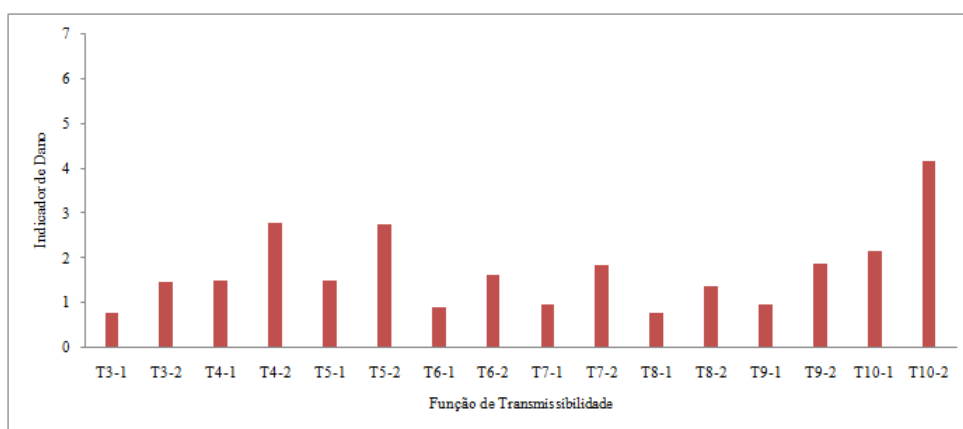


Figura 4.57 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º1b

Com a aplicação deste indicador a cada uma das funções de transmissibilidade verificou-se que o dano não devia estar localizado entre as coordenadas 1 e 2, uma vez que os valores obtidos para o indicador para algumas funções de transmissibilidade são relativamente elevados.

Ensaio n.º2b

Uma vez que com o ensaio anterior não se confirmou a presença do dano entre as coordenadas 1 e 2, foi feito um segundo ensaio considerando as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º2a da secção 4.5.1 (figura 4.38). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.2.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras N.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano a este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

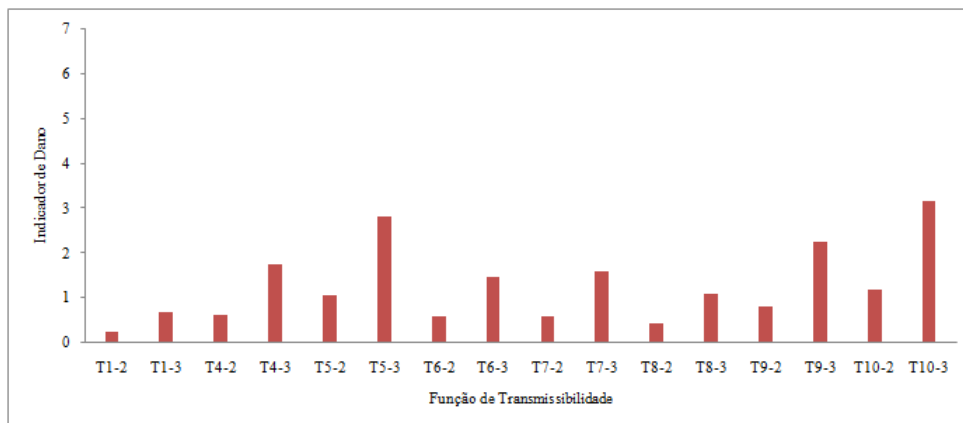


Figura 4.58 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Os resultados obtidos não permitiram confirmar a presença do dano entre as coordenadas de aplicação de forças 2 e 3.

Ensaio n.º3b

Mais uma vez não confirmada a presença do dano entre as coordenadas 2 e 3, neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º3a da secção 4.5.1 (figura 4.40). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.3.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras O.1-16, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

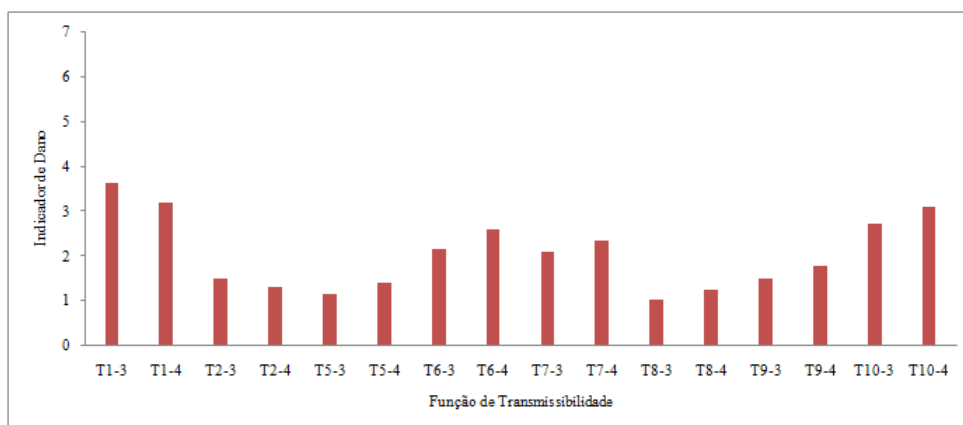


Figura 4.59 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Com este ensaio, mais uma vez não foi possível concluir que o dano se encontrava entre as coordenadas onde as forças foram aplicadas.

Ensaio n.º4b

Neste ensaio pretendeu-se aplicar a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade, a fim de verificar as modificações que acontecem nas funções de transmissibilidade se as forças dinâmicas forem aplicadas sobre as coordenadas do primeiro dano. Para isso foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º4a da secção 4.5.1 (figura 4.42). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.4.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras P.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

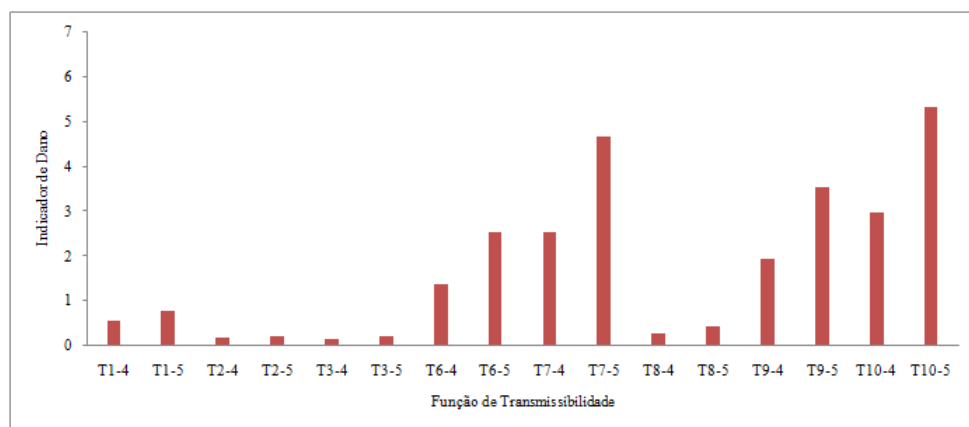


Figura 4.60 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Através da observação da figura 4.60 pode constatar-se que o valor do Indicador de Dano obtido para as funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {1, 2 e 3} com o conjunto de coordenada conhecida {4 e 5} são muito próximas de zero, levando pois a suspeitar, caso se desconhecesse a real localização dos danos, que o primeiro dano se encontrava compreendido entre as coordenadas 4 e 5 e que existe uma grande probabilidade de existir um segundo dano que se encontra compreendido entre a coordenada 5 e a coordenada 10. Para confirmar estas suspeitas foi decidido verificar o que aconteceria se o par de forças excitadoras continuasse a ser deslocado ao longo das restantes coordenadas.

Ensaio n.º5b

Neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º5a da secção 4.5.1 (figura 4.44). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.5.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras Q.1-16, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

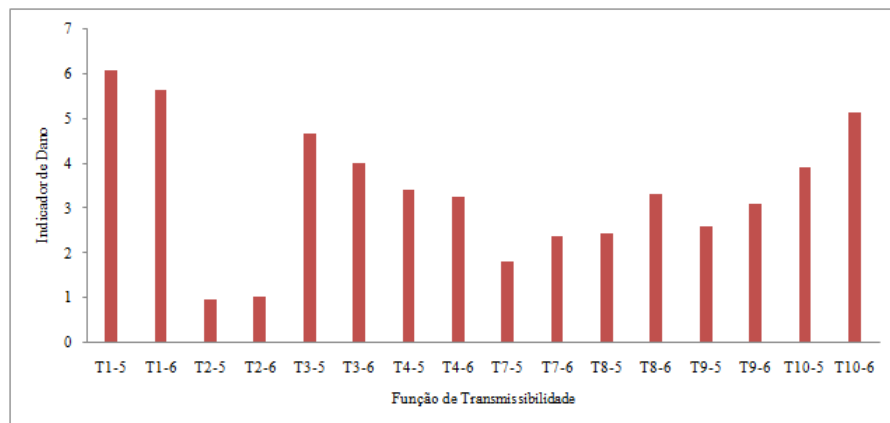


Figura 4.61 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Através da figura 4.61 verifica-se que o valor do Indicador de Dano obtido para as funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas que estão antes do primeiro dano (1, 2 e 3) com as coordenadas conhecidas admitidas neste ensaio sofreram um aumento significativo quando comparados com os valores obtidos no ensaio anterior, o que leva a crer que é provável que o primeiro dano se encontre compreendido entre as coordenadas 4 e 5.

Ensaio n.º6b

Neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º6a da secção 4.5.1 (figura 4.46). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.6.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras R.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

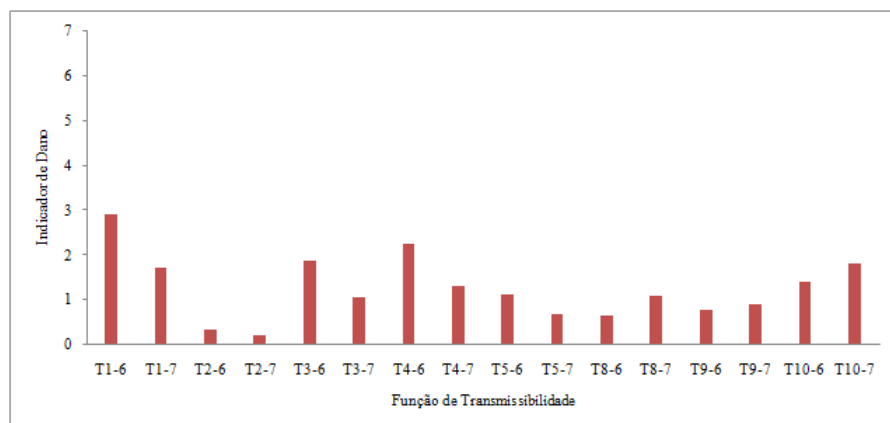


Figura 4.62 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Através da figura 4.62 verifica-se que os valores do Indicador de Dano diminuíram significativamente quando comparados com os valores obtidos no ensaio anterior. Neste ensaio nada de novo se pôde concluir relativamente ao ensaio anterior.

Ensaio n.º7b

Neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º7a da secção 4.5.1 (figura 4.48). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.7.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras S.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

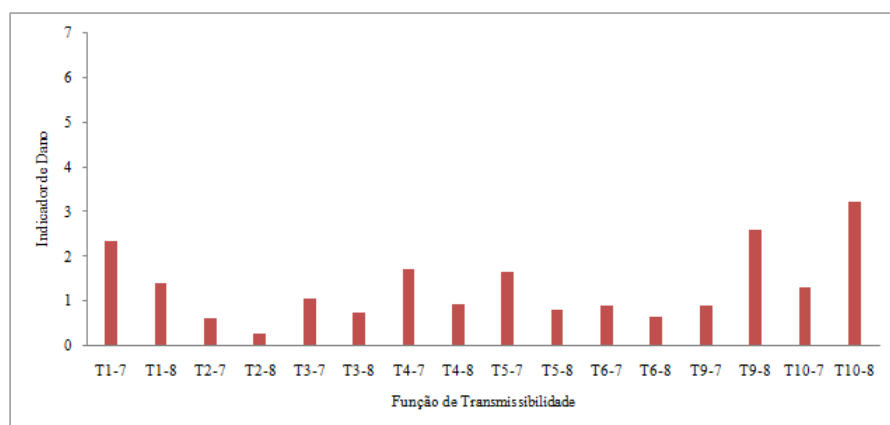


Figura 4.63 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º2b

Nada de novo se pôde concluir relativamente ao ensaio anterior.

Ensaio n.º8b

Neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º8a da secção 4.5.1 (figura 4.50). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.8.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras T.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

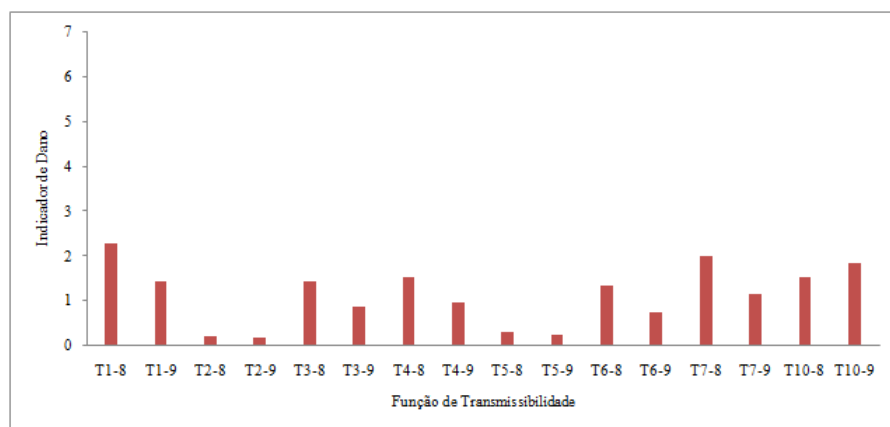


Figura 4.64 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º8b

Ensaio n.º9b

Neste ensaio foram consideradas as mesmas condições de ensaio, coordenadas e forças que foram consideradas no ensaio n.º9a da secção 4.5.1 (figura 4.52). Logo a matriz de transmissibilidades associada a matriz de receptância é igual a que foi definida na equação 4.9.

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras U.1-16, presentes no Anexo A.

Os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano para este ensaio encontram-se apresentados na figura seguinte.

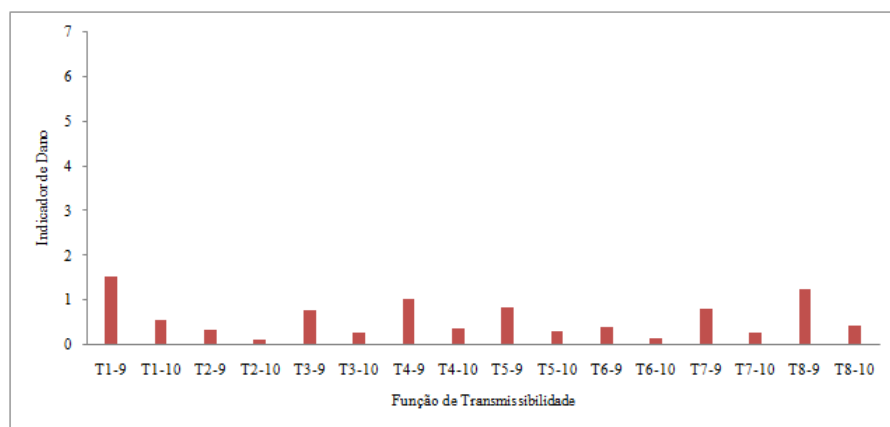


Figura 4.65 - Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º9b

A realização destes dois últimos ensaios permitiu concluir que quando as forças excitadoras são aplicadas longe do dano os valores do Indicador do Dano voltam a baixar.

Ensaio n.º10b

Como nos ensaios n.º4b e 5b foi admitido que supostamente o primeiro dano se encontra compreendido entre as coordenadas 4 e 5 e que é provável existir um segundo dano na estrutura compreendido entre as coordenadas 5 e 10, foi realizado este ensaio com o objectivo de conseguir

determinar a localização exacta dos danos. Para isso foi necessário aplicar mais duas forças à estrutura e considerar mais duas coordenadas como coordenadas conhecidas. Portanto, foi considerado o conjunto de coordenadas {4, 5, 9, 10} como coordenadas conhecidas e foram aplicadas forças nas mesmas coordenadas, com indica a figura 4.66.

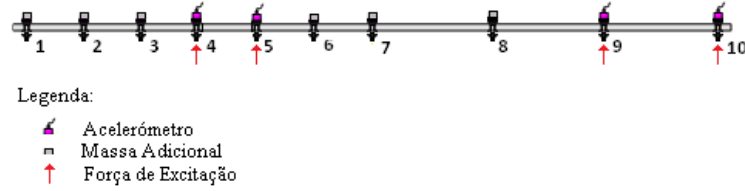


Figura 4.66 – Ensaio nº 10b

A matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância, que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,6,7,8} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5, 9, 10}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {4, 5, 9, 10} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-4}^{(4,5,9,10)} & T_{1-5}^{(4,5,9,10)} & T_{1-9}^{(4,5,9,10)} & T_{1-10}^{(4,5,9,10)} \\ T_{2-4}^{(4,5,9,10)} & T_{2-5}^{(4,5,9,10)} & T_{2-9}^{(4,5,9,10)} & T_{2-10}^{(4,5,9,10)} \\ T_{3-4}^{(4,5,9,10)} & T_{3-5}^{(4,5,9,10)} & T_{3-9}^{(4,5,9,10)} & T_{3-10}^{(4,5,9,10)} \\ T_{6-4}^{(4,5,9,10)} & T_{6-5}^{(4,5,9,10)} & T_{6-9}^{(4,5,9,10)} & T_{6-10}^{(4,5,9,10)} \\ T_{7-4}^{(4,5,9,10)} & T_{7-5}^{(4,5,9,10)} & T_{7-9}^{(4,5,9,10)} & T_{7-10}^{(4,5,9,10)} \\ T_{8-4}^{(4,5,9,10)} & T_{8-5}^{(4,5,9,10)} & T_{8-9}^{(4,5,9,10)} & T_{8-10}^{(4,5,9,10)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} & H_{1-9} & H_{1-10} \\ H_{2-4} & H_{2-5} & H_{2-9} & H_{2-10} \\ H_{3-4} & H_{3-5} & H_{3-9} & H_{3-10} \\ H_{6-4} & H_{6-5} & H_{6-9} & H_{6-10} \\ H_{7-4} & H_{7-5} & H_{7-9} & H_{7-10} \\ H_{8-4} & H_{8-5} & H_{8-9} & H_{8-10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{4-4} & H_{4-5} & H_{4-9} & H_{4-10} \\ H_{5-4} & H_{5-5} & H_{5-9} & H_{5-10} \\ H_{9-4} & H_{9-5} & H_{9-9} & H_{9-10} \\ H_{10-4} & H_{10-5} & H_{10-9} & H_{10-10} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.10)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras V.1-24, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

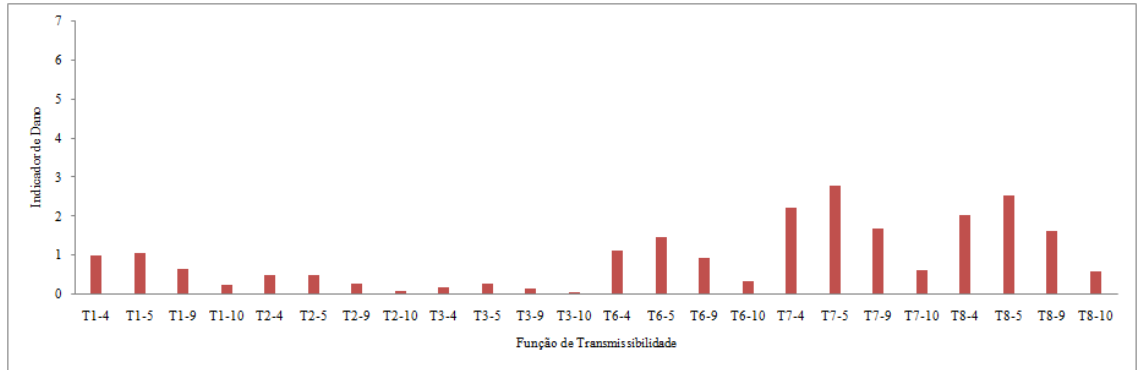


Figura 4.67 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º10b

Através da observação da figura 4.67 pode constatar-se que o valor do Indicador de Dano obtido para as funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {1, 2 e 3}, que estão antes do primeiro dano, com o conjunto de coordenada conhecida {4, 5, 9 e 10} são muito próximas de zero e que as funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {6, 7 e 8} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5 e 9} são muito elevadas, levando pois a confirmar que o segundo dano não se encontra compreendido entre as coordenadas 9 e 10.

Ensaio n.º11b

Não confirmada a presença do dano entre as coordenadas 4e 5 e 9 e 10, o segundo par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 8 e 9, figura 4.68.

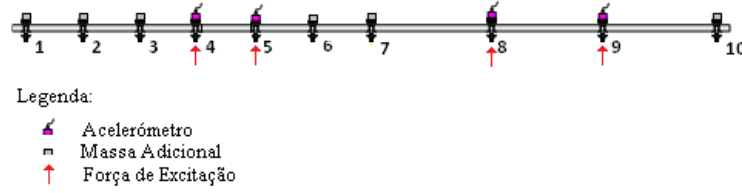


Figura 4.68 – Ensaio n.º 11b

A matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância, que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,6,7,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5, 8, 9}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {4, 5, 8, 9} é definida como

$$\begin{bmatrix} T_{1-4}^{(4,5,8,9)} & T_{1-5}^{(4,5,8,9)} & T_{1-8}^{(4,5,8,9)} & T_{1-9}^{(4,5,8,9)} \\ T_{2-4}^{(4,5,8,9)} & T_{2-5}^{(4,5,8,9)} & T_{2-8}^{(4,5,8,9)} & T_{2-9}^{(4,5,8,9)} \\ T_{3-4}^{(4,5,8,9)} & T_{3-5}^{(4,5,8,9)} & T_{3-8}^{(4,5,8,9)} & T_{3-9}^{(4,5,8,9)} \\ T_{6-4}^{(4,5,8,9)} & T_{6-5}^{(4,5,8,9)} & T_{6-8}^{(4,5,8,9)} & T_{6-9}^{(4,5,8,9)} \\ T_{7-4}^{(4,5,8,9)} & T_{7-5}^{(4,5,8,9)} & T_{7-8}^{(4,5,8,9)} & T_{7-9}^{(4,5,8,9)} \\ T_{10-4}^{(4,5,8,9)} & T_{10-5}^{(4,5,8,9)} & T_{10-8}^{(4,5,8,9)} & T_{10-9}^{(4,5,8,9)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} & H_{1-8} & H_{1-9} \\ H_{2-4} & H_{2-5} & H_{2-8} & H_{2-9} \\ H_{3-4} & H_{3-5} & H_{3-8} & H_{3-9} \\ H_{6-4} & H_{6-5} & H_{6-8} & H_{6-9} \\ H_{7-4} & H_{7-5} & H_{7-8} & H_{7-9} \\ H_{10-4} & H_{10-5} & H_{10-8} & H_{10-9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{4-4} & H_{4-5} & H_{4-8} & H_{4-9} \\ H_{5-4} & H_{5-5} & H_{5-8} & H_{5-9} \\ H_{8-4} & H_{8-5} & H_{8-8} & H_{8-9} \\ H_{9-4} & H_{9-5} & H_{9-8} & H_{9-9} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.11)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras W.1-24, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

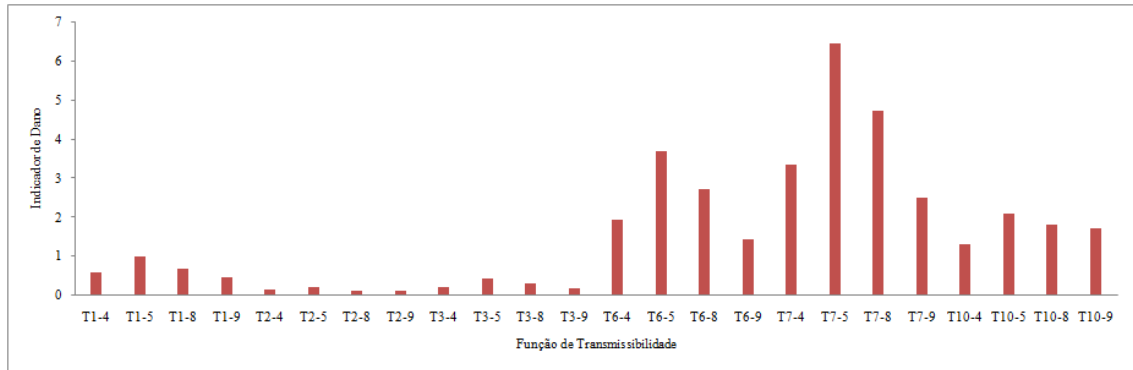


Figura 4.69 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º11b

Através da figura 4.69 verifica-se que os valores do Indicador de Dano obtidos a partir das funções de transmissibilidade que relacionam o conjunto de coordenadas desconhecidas {6, 7 e 10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5, 8 e 9} sofreram um incremento significativo quando comparados com o ensaio anterior. Com este ensaio não se pode concluir nada de novo relativamente ao ensaio anterior.

Ensaio n.º12b

Como no ensaio anterior não foi possível confirmar a presença dos danos entre as coordenadas 4 e 5 e 8 e 9, o segundo par de forças excitadoras foi deslocado para as coordenadas 7 e 8, como indica a figura 4.70. Neste ensaio estamos nas condições de aplicação da propriedade 2 da matriz de transmissibilidade para sistemas MDOF (secção 2.3.3), que afirma que se for realizada uma modificação de rigidez entre as coordenadas de aplicação das forças as funções de transmissibilidade do sistema original e modificado não se alteram.

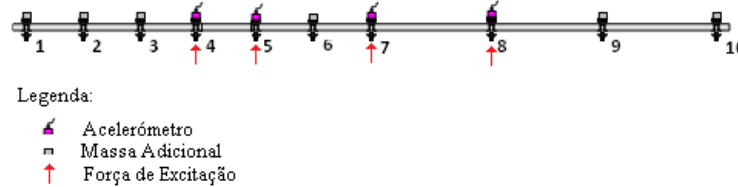


Figura 4.70 – Ensaio n.º 12b

A matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância, que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,6,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5, 7, 8}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {4, 5, 7, 8} é definida por:

$$\begin{bmatrix} T_{1-4}^{(4,5,7,8)} & T_{1-5}^{(4,5,7,8)} & T_{1-7}^{(4,5,7,8)} & T_{1-8}^{(4,5,7,8)} \\ T_{2-4}^{(4,5,7,8)} & T_{2-5}^{(4,5,7,8)} & T_{2-7}^{(4,5,7,8)} & T_{2-8}^{(4,5,7,8)} \\ T_{3-4}^{(4,5,7,8)} & T_{3-5}^{(4,5,7,8)} & T_{3-7}^{(4,5,7,8)} & T_{3-8}^{(4,5,7,8)} \\ T_{6-4}^{(4,5,7,8)} & T_{6-5}^{(4,5,7,8)} & T_{6-7}^{(4,5,7,8)} & T_{6-8}^{(4,5,7,8)} \\ T_{9-4}^{(4,5,7,8)} & T_{9-5}^{(4,5,7,8)} & T_{9-7}^{(4,5,7,8)} & T_{9-8}^{(4,5,7,8)} \\ T_{10-4}^{(4,5,7,8)} & T_{10-5}^{(4,5,7,8)} & T_{10-7}^{(4,5,7,8)} & T_{10-8}^{(4,5,7,8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} & H_{1-7} & H_{1-8} \\ H_{2-4} & H_{2-5} & H_{2-7} & H_{2-8} \\ H_{3-4} & H_{3-5} & H_{3-7} & H_{3-8} \\ H_{6-4} & H_{6-5} & H_{6-7} & H_{6-8} \\ H_{9-4} & H_{9-5} & H_{9-7} & H_{9-8} \\ H_{10-4} & H_{10-5} & H_{10-7} & H_{10-8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{4-4} & H_{4-5} & H_{4-7} & H_{4-8} \\ H_{5-4} & H_{5-5} & H_{5-7} & H_{5-8} \\ H_{7-4} & H_{7-5} & H_{7-7} & H_{7-8} \\ H_{8-4} & H_{8-5} & H_{8-7} & H_{8-8} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.12)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras X.1-24, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

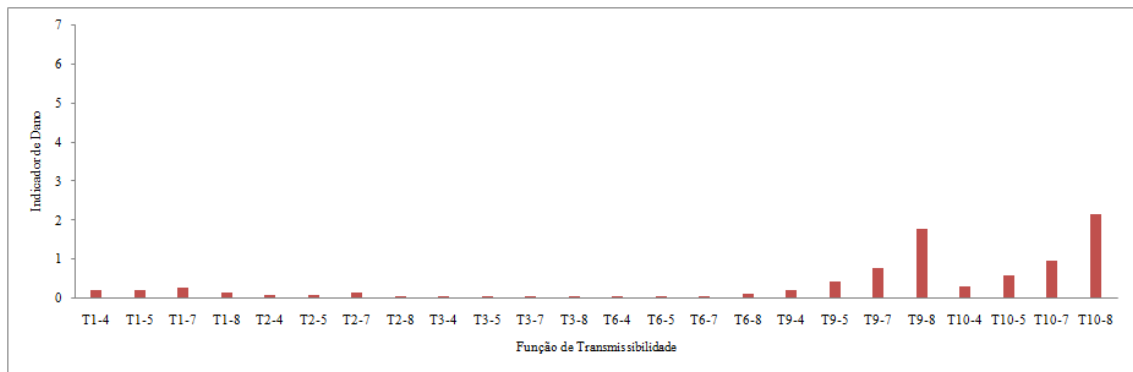


Figura 4.71 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º12b

Com base na figura 4.71 pode constatar-se que o valor do indicador do dano obtido para todas as funções de transmissibilidade, excepto para a T_{9-8} e T_{10-8} , envolvidas neste ensaio, é muito próximo de zero. O que leva a suspeitar, caso se desconhecisse a real localização dos danos, que estes se encontravam compreendidos entre as coordenadas 4 e 5 e 7 e 8. Para confirmar estas suspeitas foram realizados mais um ensaio deslocando o segundo par de forças excitadoras para as coordenadas 6 e 7.

Ensaio n.º13b

Neste ensaio, pretende-se confirmar os resultados obtidos no ensaio anterior. Para isso foi deslocado o segundo par de forças excitadoras para as coordenadas 6 e 7, como indica a figura 4.72.

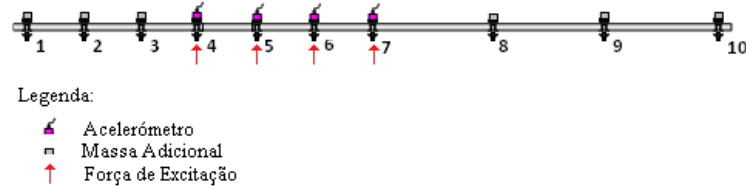


Figura 4.72 – Ensaio n.º 13b

A matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,3,8,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {4, 5, 6, 7}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {4, 5, 6, 7} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-4}^{(4,5,6,7)} & T_{1-5}^{(4,5,6,7)} & T_{1-6}^{(4,5,6,7)} & T_{1-7}^{(4,5,6,7)} \\ T_{2-4}^{(4,5,6,7)} & T_{2-5}^{(4,5,6,7)} & T_{2-6}^{(4,5,6,7)} & T_{2-7}^{(4,5,6,7)} \\ T_{3-4}^{(4,5,6,7)} & T_{3-5}^{(4,5,6,7)} & T_{3-6}^{(4,5,6,7)} & T_{3-7}^{(4,5,6,7)} \\ T_{6-4}^{(4,5,6,7)} & T_{6-5}^{(4,5,6,7)} & T_{6-6}^{(4,5,6,7)} & T_{6-7}^{(4,5,6,7)} \\ T_{9-4}^{(4,5,6,7)} & T_{9-5}^{(4,5,6,7)} & T_{9-6}^{(4,5,6,7)} & T_{9-7}^{(4,5,6,7)} \\ T_{10-4}^{(4,5,6,7)} & T_{10-5}^{(4,5,6,7)} & T_{10-6}^{(4,5,6,7)} & T_{10-7}^{(4,5,6,7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-4} & H_{1-5} & H_{1-6} & H_{1-7} \\ H_{2-4} & H_{2-5} & H_{2-6} & H_{2-7} \\ H_{3-4} & H_{3-5} & H_{3-6} & H_{3-7} \\ H_{8-4} & H_{8-5} & H_{8-6} & H_{8-7} \\ H_{9-4} & H_{9-5} & H_{9-6} & H_{9-7} \\ H_{10-4} & H_{10-5} & H_{10-6} & H_{10-7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{4-4} & H_{4-5} & H_{4-6} & H_{4-7} \\ H_{5-4} & H_{5-5} & H_{5-6} & H_{5-7} \\ H_{6-4} & H_{6-5} & H_{6-6} & H_{6-7} \\ H_{7-4} & H_{7-5} & H_{7-6} & H_{7-7} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.13)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras Y.1-24, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

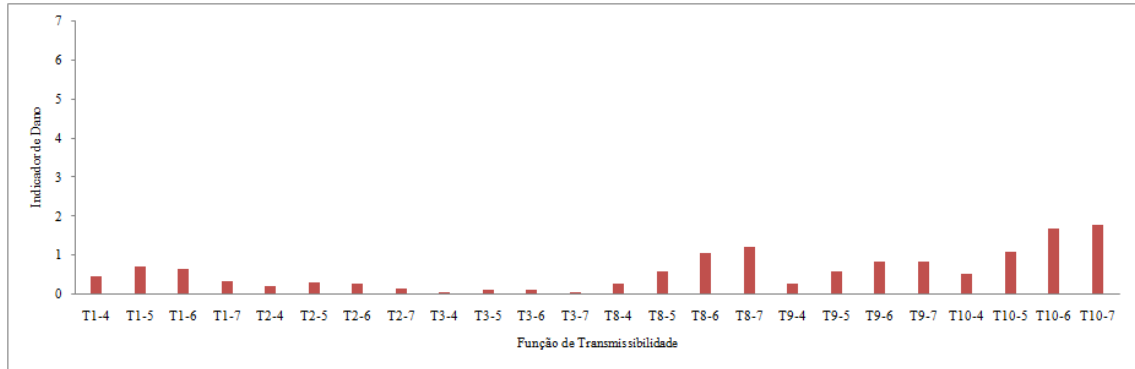


Figura 4.73 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º13b

Através da figura 4.73 pode verificar-se que os valores do indicador de dano sofreram um aumento substancial quando comparados com os valores obtidos no ensaio anterior, o que leva a crer que os dois danos se encontram realmente entre as coordenadas 4 e 5 e 7 e 8.

Ensaio n.º14b

Como nos ensaios anteriores não foi possível confirmar que o primeiro dano encontra-se compreendido entre as coordenadas 4 e 5, foi feito mais um ensaio considerando as coordenadas 3, 4, 7

e 8 como coordenadas conhecidas e de aplicação das forças excitadoras, as restantes coordenadas foram consideradas desconhecidas, como é apresentado na figura seguinte.

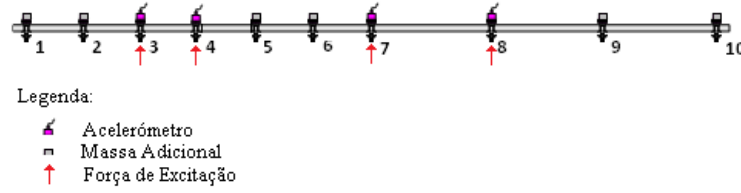


Figura 4.74 – Ensaio nº 13b

A matriz de transmissibilidade calculada a partir da matriz de receptância que relaciona o conjunto de coordenadas desconhecidas {1,2,5,6,9,10} com o conjunto de coordenadas conhecidas {3, 4, 7, 8}, quando as forças dinâmicas são aplicadas nas coordenadas {3, 4, 7, 8} é definida por

$$\begin{bmatrix} T_{1-3}^{(3,4,7,8)} & T_{1-4}^{(3,4,7,8)} & T_{1-7}^{(3,4,7,8)} & T_{1-8}^{(3,4,7,8)} \\ T_{2-3}^{(3,4,7,8)} & T_{2-4}^{(3,4,7,8)} & T_{2-7}^{(3,4,7,8)} & T_{2-8}^{(3,4,7,8)} \\ T_{5-3}^{(3,4,7,8)} & T_{5-4}^{(3,4,7,8)} & T_{5-7}^{(3,4,7,8)} & T_{5-8}^{(3,4,7,8)} \\ T_{6-3}^{(3,4,7,8)} & T_{6-4}^{(3,4,7,8)} & T_{6-7}^{(3,4,7,8)} & T_{6-8}^{(3,4,7,8)} \\ T_{9-3}^{(3,4,7,8)} & T_{9-4}^{(3,4,7,8)} & T_{9-7}^{(3,4,7,8)} & T_{9-8}^{(3,4,7,8)} \\ T_{10-3}^{(3,4,7,8)} & T_{10-4}^{(3,4,7,8)} & T_{10-7}^{(3,4,7,8)} & T_{10-8}^{(3,4,7,8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{1-3} & H_{1-4} & H_{1-7} & H_{1-8} \\ H_{2-3} & H_{2-4} & H_{2-7} & H_{2-8} \\ H_{5-3} & H_{5-4} & H_{5-7} & H_{5-8} \\ H_{6-3} & H_{6-4} & H_{6-7} & H_{6-8} \\ H_{9-3} & H_{9-4} & H_{9-7} & H_{9-8} \\ H_{10-3} & H_{10-4} & H_{10-7} & H_{10-8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{3-3} & H_{3-4} & H_{3-7} & H_{3-8} \\ H_{4-3} & H_{4-4} & H_{4-7} & H_{4-8} \\ H_{7-3} & H_{7-4} & H_{7-7} & H_{7-8} \\ H_{8-3} & H_{8-4} & H_{8-7} & H_{8-8} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.14)$$

Os gráficos referentes às funções de transmissibilidade obtidos, neste ensaio, para a estrutura original e com dano encontra-se apresentado nas figuras Z.1-24, presentes no Anexo A.

Para este ensaio os resultados obtidos com a aplicação do Indicador de dano encontram-se apresentados na figura seguinte.

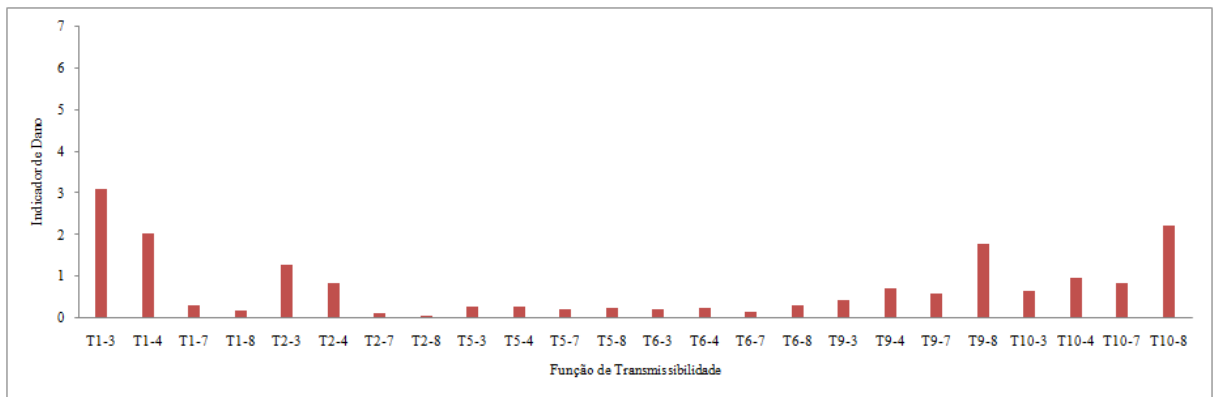


Figura 4.75 – Aplicação do Indicador de Dano às transmissibilidades obtidas no ensaio n.º14b

Através da figura 4.75 pode verificar-se que os valores do indicador de dano sofreram um aumento substancial das funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas 1 2 com as coordenadas conhecidas 3 e 4 quando comparados com os valores obtidos no ensaio anterior, o que leva a crer que os dois danos se encontram realmente entre as coordenadas 4 e 5 e 7 e 8.

Discussão dos Resultados

De formar a obter uma melhor percepção dos resultados verificados com aplicação do novo método é apresentado na figura 4.76, para a situação de dois danos na estrutura original, um esquema onde são

apresentados os resultados obtidos com a aplicação do somatório dos valores do Indicador do Dano para todas as funções de transmissibilidade envolvidas em cada um dos ensaios efectuados.

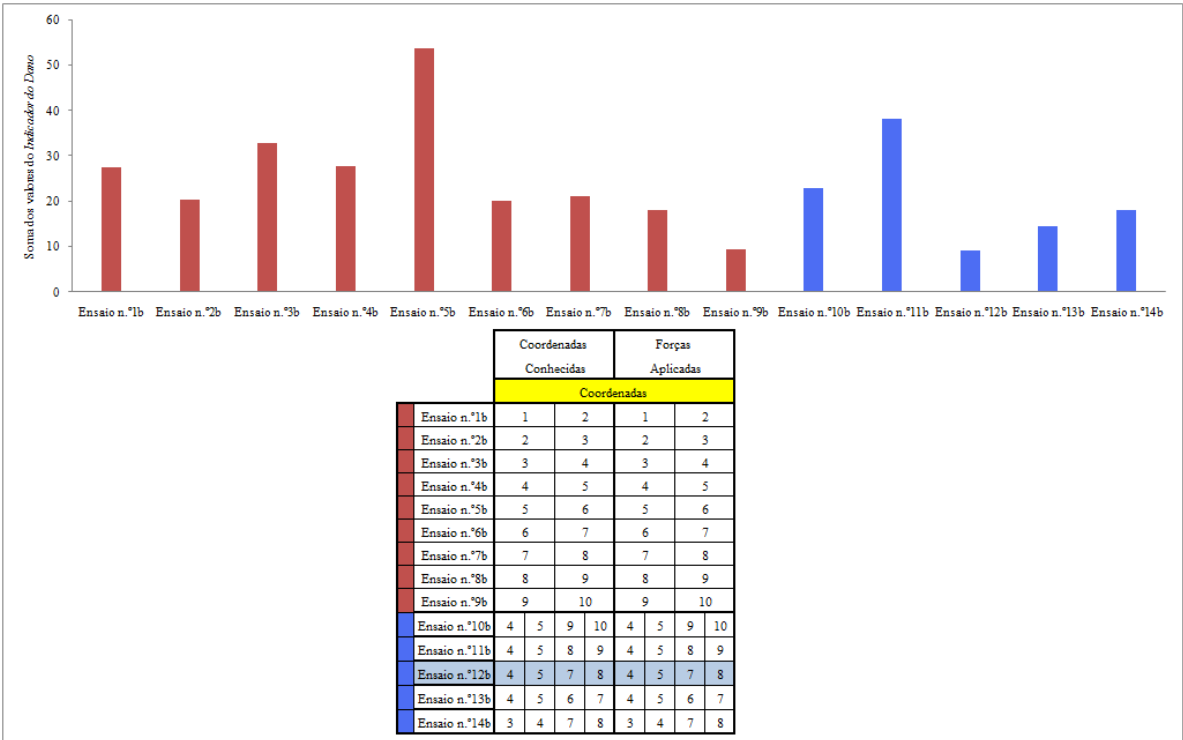


Figura 4.76 – Resumo dos Resultados obtidos do Indicador do Dano para a segunda situação de dano.

Através da aplicação do método proposto pôde verificar-se que:

1. Quando as forças de excitação são aplicadas entre as coordenadas onde o dano está presente, os valores obtidos pelo Indicador do Dano são baixos, verificando-se pois que as diferenças entre as funções de transmissibilidade com e sem dano devem ser pequenas, o que confirma o que é referido na propriedade 2 da matriz de transmissibilidade, figura 4.71 e figura 4.76 (barras azuis).
2. Quando as forças são aplicadas sobre as coordenadas do primeiro dano os valores do Indicador do Dano das funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas que estão antes do primeiro dano com as coordenadas de aplicação das forças excitadoras são muito baixos, levando-se a suspeitar que é provável existir mais de um dano na estrutura, figuras 4.60, 4.67, 4.69 e 4.73.
3. Quando as forças excitadoras são aplicadas em coordenadas afastadas da zona de dano os valores do Indicador do Dano diminuem significativamente (ensaio n.º9b), figura 4.76 (barras vermelhas).
4. A obtenção da localização de mais do que um dano numa estrutura requer a realização de muitos ensaios o que torna o processo pouco eficaz e muito moroso.

Com o que foi dito pode afirmar-se que a localização dos danos foi conseguida, estando este compreendido entre as coordenadas 4 e 5 e 7 e 8, como é apresentado na figura seguinte.

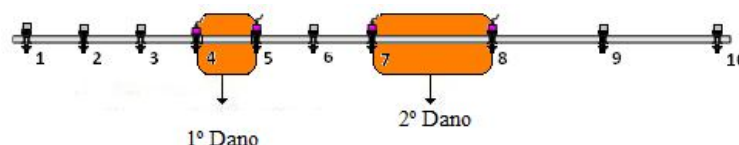


Figura 4.77 – Apresentação dos Danos na Estrutura em Estudo.

4.6 Discussão dos Resultados

Neste capítulo foi apresentado um estudo experimental que, utilizando as FRFs e a matriz de transmissibilidade das estruturas original e com danos, permitiu identificar a existência de dano e determinar a sua localização na estrutura real em estudo (figura 4.3).

Neste estudo, como no estudo teórico, foram consideradas duas situações de dano na estrutura original tanto na primeira como na segunda situação foi possível constatar que as modificações de rigidez afectam as FRFs da estrutura original, facto comprovado com a aplicação do *Indicador da Norma* (figuras 4.10 e 4.56). Este indicador revelou-se uma ferramenta muito útil na confirmação da existência de dano nas estruturas.

Após a constatação da existência de dano na estrutura verificou-se que o método utilizado no Capítulo 3, para determinar a localização do dano, não se revelava suficientemente eficaz quando aplicado a dados recolhidos da via experimental. Por este motivo foi desenvolvido um novo método que utiliza a aplicação directa da Propriedade 2 da matriz de transmissibilidade. Após a obtenção das funções de transmissibilidade, para a gama de frequências em estudo, os resultados obtidos para as situações da estrutura com e sem dano são comparados, sendo essa comparação realizada através da aplicação de um indicador desenvolvido e denominado Indicador do Dano. Este método revelou-se bastante eficiente quando aplicado a uma situação em que existia apenas um dano na estrutura original, no entanto quando aplicado a uma situação em que existiam dois danos revelou-se pouco eficiente e bastante moroso, sendo necessária a realização de muitos ensaios para ser conseguida a localização dos danos.

Com os resultados obtidos nos diversos ensaios verificou-se que quando as forças excitadoras são aplicadas entre as coordenadas onde o dano está presente, os valores obtidos pelo Indicador do Dano são baixos, verificando-se pois que as diferenças entre as funções de transmissibilidade com e sem dano devem ser pequenas, o que confirma o que é referido na propriedade 2 da matriz de transmissibilidade. No entanto, quando as forças são aplicadas nas coordenadas imediatamente antes e depois do ou dos danos os valores do indicador do dano aumentam substancialmente. Uma outra observação curiosa reside no facto de que quando o par de forças excitadoras é aplicado em coordenadas afastadas da zona de dano os valores do Indicador do dano diminuem significativamente tendendo para um mesmo valor.

Este estudo permitiu ainda confirmar experimentalmente a validade da propriedade 2 da matriz de transmissibilidade que afirma que se for feita uma modificação de rigidez entre coordenadas onde as forças estão aplicadas as funções de transmissibilidade não se alteram.

Capítulo 5

Conclusão e Sugestão para Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões Gerais

Neste trabalho é apresentado um estudo que tinha como principal objectivo o desenvolvimento de um método que permitisse não só confirmar a existência de dano em estruturas mas também obter a sua correcta localização, servindo-se para tal das alterações ocorridas nas suas características dinâmicas. Para tal foram realizados dois estudos principais: o primeiro utilizando um modelo teórico sobre o qual foram realizados vários ensaios e tentada uma primeira abordagem do método proposto; posteriormente e com vista a confirmar os resultados obtidos no estudo teórico foi realizado um novo estudo utilizando agora dados obtidos da via experimental.

No modelo de estudo teórico pôde concluir-se que em sistemas discretos com pouco amortecimento, as modificações de rigidez (danos) produzem alterações nas FRFs do modelo original que podem permitir confirmar a existência de dano. Sendo essa confirmação tanto mais fácil quanto maior for a alteração de rigidez ocorrida.

Para o modelo teórico em estudo, após a constatação da existência de dano, verificou-se que se forem consideradas como coordenadas conhecidas as coordenadas dos extremos do sistema e se as forças dinâmicas forem aplicadas aos pares e por recorrência é possível determinar o intervalo de coordenadas onde um ou mais danos estão presentes.

Para o sistema de massas discretas estudado observou-se que quando as forças não eram aplicadas de forma consecutiva, se existisse um ou mais danos entre as coordenadas onde as forças dinâmicas eram aplicadas, os valores das funções de transmissibilidade que relacionavam as coordenadas desconhecidas com as coordenadas conhecidas não eram coincidentes, para os sistemas com e sem dano, nesta circunstância estas funções de transmissibilidade apresentavam “máximos afiados”. No entanto, quando o par de forças era aplicado em coordenadas desconhecidas sucessivas as funções de transmissibilidade obtidas não apresentavam “máximos afiados” somente mínimos. Observou-se ainda que as funções de transmissibilidade, que relacionavam as coordenadas que se encontram fora do intervalo de coordenadas onde estavam aplicadas as forças dinâmicas, eram coincidentes para os modelos com e sem dano.

No modelo de estudo experimental observou-se que os rasgos impostos ao longo de toda a sua secção transversal (danos) produziram alterações muito pequenas nas FRFs da estrutura original, o que dificultou bastante a localização dos danos impostos.

Após a confirmação da existência de dano no modelo experimental em estudo, constatou-se que o método desenvolvido no estudo teórico não se revelava suficientemente eficaz quando aplicado ao novo modelo em estudo e a dados recolhidos pela via experimental. Uma vez observadas as limitações deste método foi tentada uma nova abordagem baseada agora na aplicação directa da propriedade 2 da matriz de transmissibilidade. Esta nova abordagem veio a revelar-se esta bastante mais eficaz, em

especial na situação de estudo em que somente um dano estava presente na estrutura. No entanto, para situações em que mais de um dano estejam presentes esta abordagem revela-se pouco eficiente e muito morosa, dado o elevado número de ensaios necessários realizar para que se possam tirar conclusões que apresentem alguma fiabilidade.

Este trabalho permitiu ainda confirmar, tanto no estudo teórico como no estudo experimental, que os valores da matriz de transmissibilidade não se alteram se alguma modificação de rigidez ocorrer entre as coordenadas onde as forças dinâmicas são aplicadas, confirmando assim a propriedade 2 da matriz de transmissibilidade.

5.2 Sugestão para Trabalhos Futuros

Ao longo da investigação realizada, foram realizados vários ensaios, para identificar a existência de dano e determinar a sua localização em dois modelos de estudo, teórico e experimental. Tanto para o modelo teórico como para o modelo experimental, foram feitas algumas observações que, devido ao prazo limitado para a entrega deste trabalho, não foram completamente exploradas.

Em relação ao estudo teórico foram feitas algumas observações que não conseguiram ser completamente esclarecidas, passando de seguida a enumerarem-se:

- A primeira delas prende-se com o facto, de que quando as forças dinâmicas não são aplicadas de forma consecutiva, se existir um ou mais danos entre as coordenadas onde são aplicadas estas forças, os valores das funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas, que se encontram entre forças aplicadas, com as coordenadas conhecidas não serem coincidentes para os sistemas com e sem dano; verificando-se no entanto a coincidência perfeita para as funções de transmissibilidade que relacionam as coordenadas desconhecidas fora das coordenadas de aplicação das ditas forças;
- Ainda para a mesma situação de estudo, entender o porque de as funções de transmissibilidades que relacionam as coordenadas desconhecidas que se encontram entre as forças aplicadas apresentarem “máximos afiados” e as restantes funções de transmissibilidade (coordenadas que se encontram fora do intervalo de coordenadas a onde são aplicadas as forças dinâmicas) somente apresentarem mínimos afiados.

Em relação ao estudo experimental verificou-se que em quase todas as funções de transmissibilidade existiam desvios que ocorriam próximos das frequências naturais da estrutura estudada, sendo o porquê de tal ocorrência uma questão importante a ser explorada num trabalho futuro.

Por fim não podia deixar de referir que gostaria de ver este estudo aplicado a outros modelos teóricos mais complexos, principalmente a sistemas onde se verifique a existência de conectividade entre as várias massas envolvidas.

Referências Bibliográficas

- [1] A. Messina, E. J. Williams e T. Contursi, “Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method”, *Journal of Sound and Vibration*, 216(5), 791-808, (1998).
- [2] O. S. Salawu, “Detection of structural damage through changes in frequency: a review”, *Engineering Structures*, 19(9), 718-723, (1997).
- [3] H. F. Lam, J. M. Ko e C. M. Wong, “Localization of damaged structural connections based on experimental modal and sensitivity analysis”, *Journal of Sound and Vibration*, 210(1), 91-115, (1998).
- [4] Z. Y. Shi, S. S. Law e L. M. Zhang, “Structural damage localization from modal strain energy change”, *Journal of Sound and Vibration*, 218(5), 825-844, (1998).
- [5] Z. Wang, R.M. Lin e M.K. Lim, Structural damage detection using measured FRF data, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 147, 187–197 (1997).
- [6] R.M. Lin e D.J. Ewins, Analytical model improvement using frequency response functions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 8(4), 437–458 (1994).
- [7] W. Liu e D.J. Ewins, “Transmissibility Properties of MDOF Systems”, *Department of Mechanical Engineering Imperial College London SW7 2BX U K*
- [8] A. M. R. Ribeiro, N. M. M. Maia e J. M.M. Silva, ” THE TRANSMISSIBILITY CONCEPT IN MULTIDEGREE-OF-FREEDOM SYSTEMS”, *Mechanical Systems and Signal Processing* (2001) 15(1), 129}137
- [9] A. M. R. Ribeiro, N. M. M. Maia e J. M.M. Silva, ” ON THE GENERALISATION OF THE TRANSMISSIBILITY CONCEPT”, *Mechanical Systems and Signal Processing* (2000) 14(1), 29}35
- [10] Ribeiro, A.M.R., Fontul, M., Maia, N.M.M., Silva, J.M.M., (2005), “Further Developments on the Transmissibility Concept for Multiple Degree of Freedom Systems”, Scientific Bulletin of the “Politehnica” University of Timisoara, Romania, Transactions on Mechanics, Tom 50(64), Special Issue, ISSN 1224-6077, Ed. Bereteu, Cioara, Toth-Tascau, Vigaru, pp. 71-76.
- [11] A. M. R. Ribeiro, N. M. M. Maia e J. M.M. Silva, ”Experimental Evaluation of the Transmissibility Matrix”, *Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico de Lisboa*.
- [12] N. M. N. Maia, R. A. B. Almeida, A. P. V. Urgueira, “Understanding Transmissibility Properties”, *Department of Mechanical Engineering, Instituto Superior Técnico, Technical University of Lisbon*.
- [13] R.A.B. Almeida, A.P.V. Urgueira and N.M.M. Maia, “Identification of rigid body properties from vibration measurements”, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 299, Issues 4-5, 6 February 2007, Pages 884-899

Anexo A

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º2

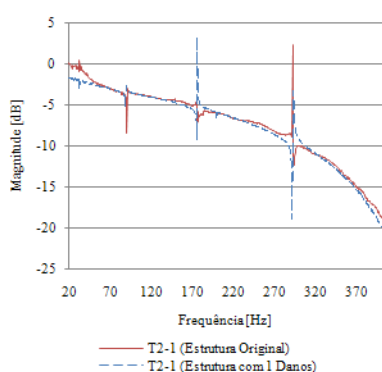


Figura A.1 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

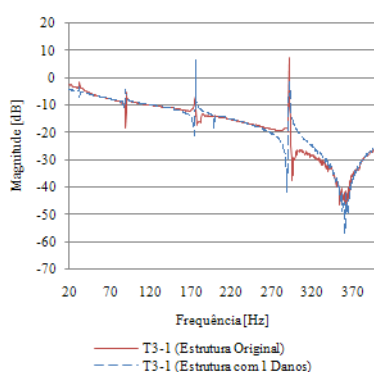


Figura A.2 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

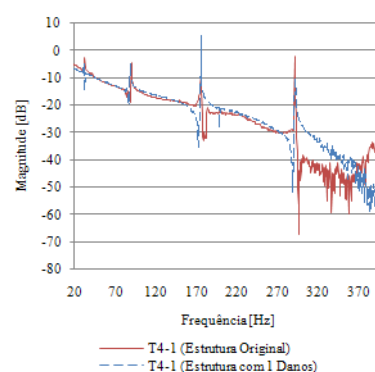


Figura A.3 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

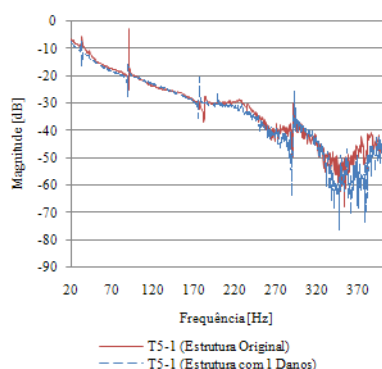


Figura A.4 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

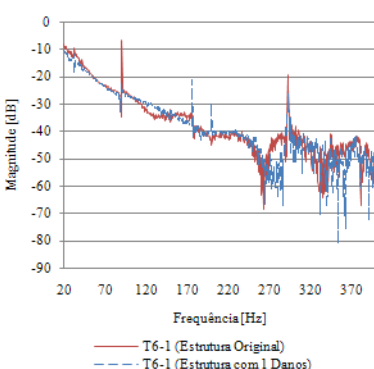


Figura A.5 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

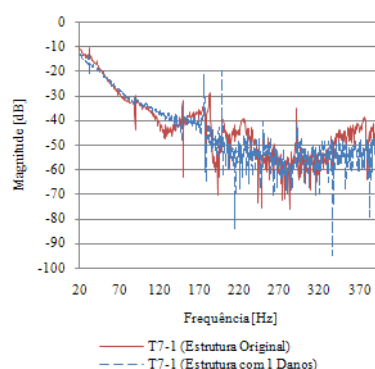


Figura A.6 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

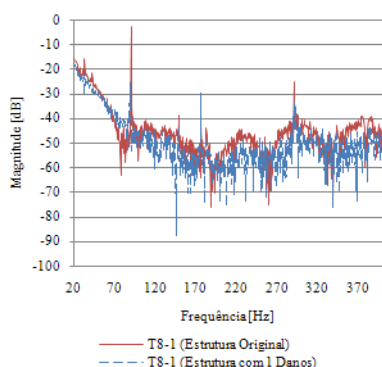


Figura A.7 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

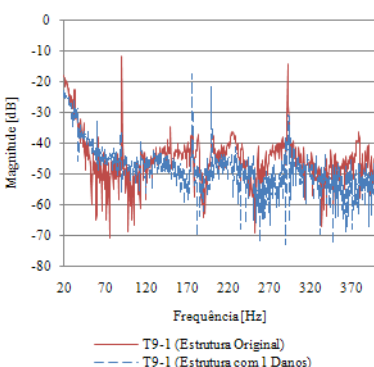


Figura A.8 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

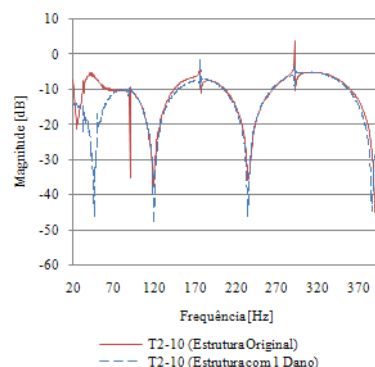


Figura A.9 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

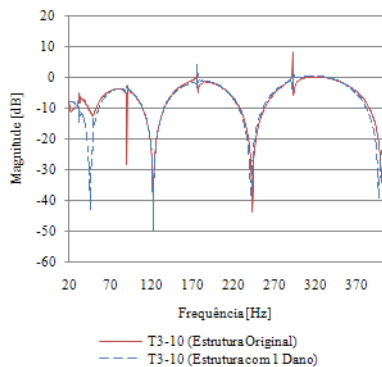


Figura A.10 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

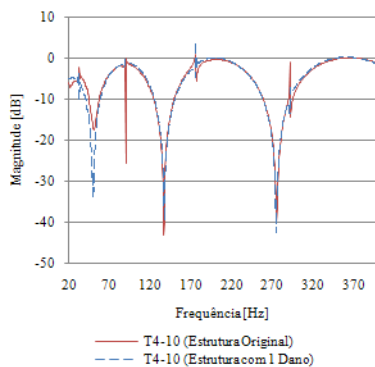


Figura A.11 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

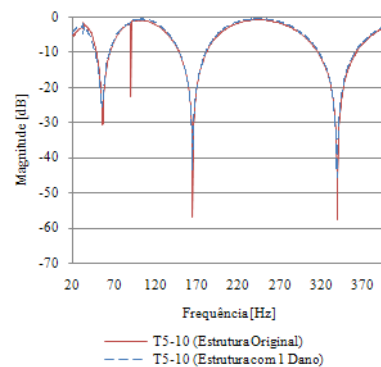


Figura A.12 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

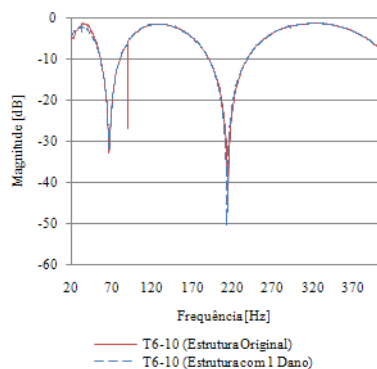


Figura A.13 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

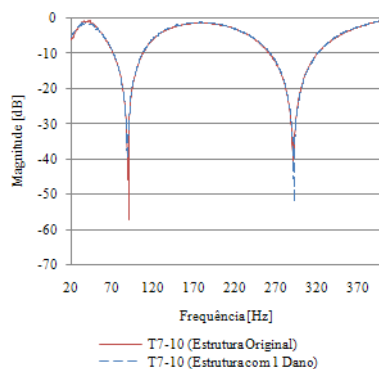


Figura A.14 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

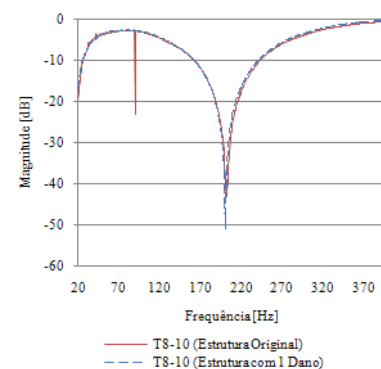


Figura A.15 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

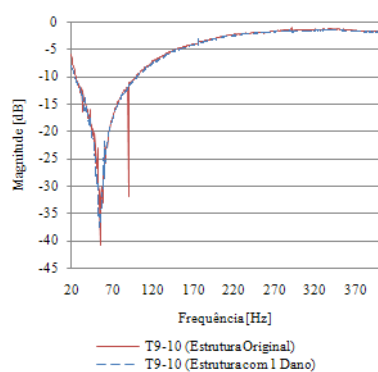


Figura A.16 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º3

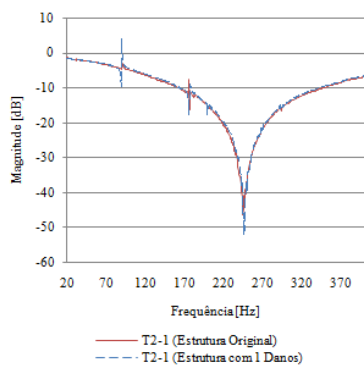


Figura B.17 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

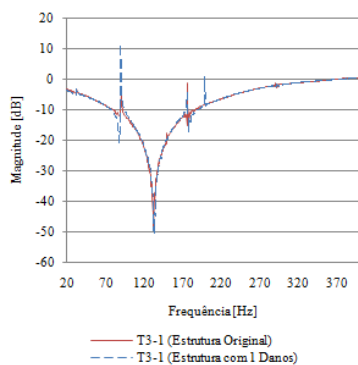


Figura B.18 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

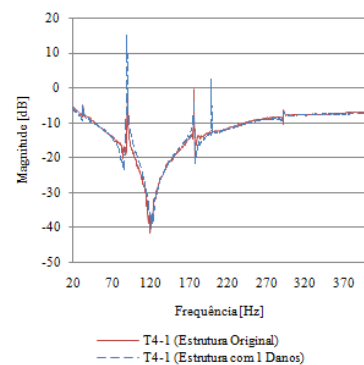


Figura B.19 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

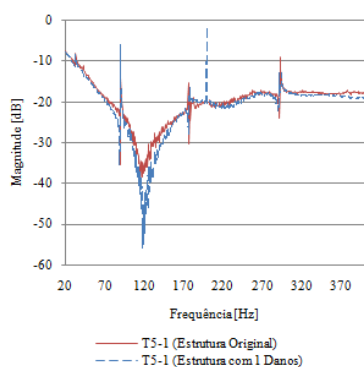


Figura B.4 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

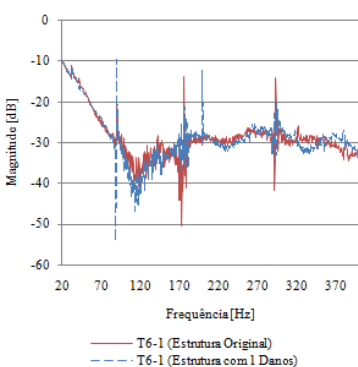


Figura B.20 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

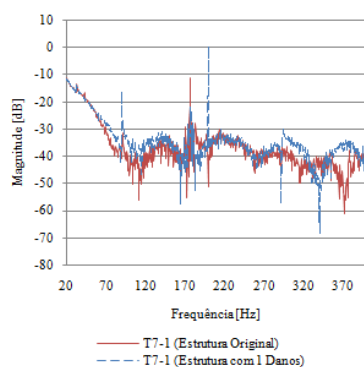


Figura B.6 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

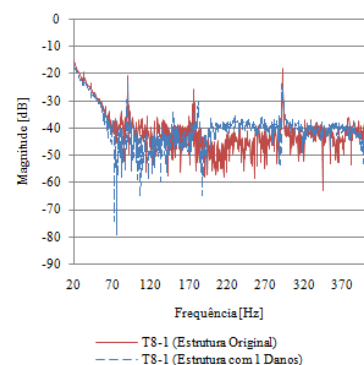


Figura B.7 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

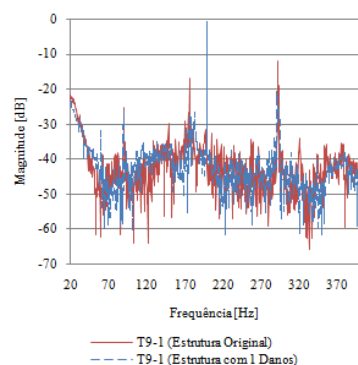


Figura B.8 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

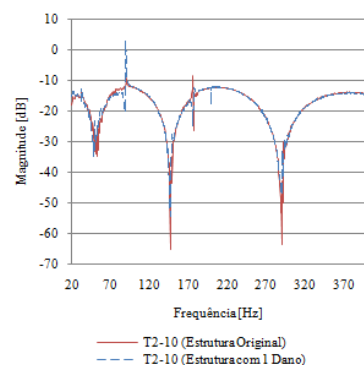


Figura B.9 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

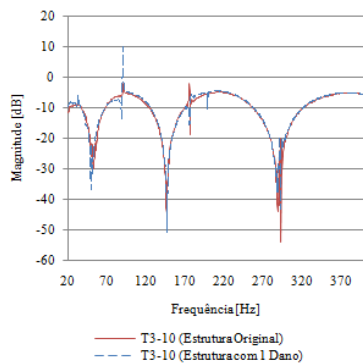


Figura B.10 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

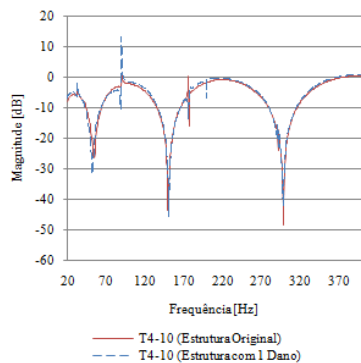


Figura B.11 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

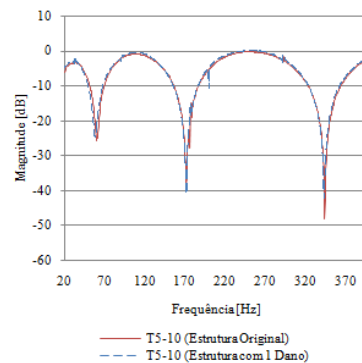


Figura B.12 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

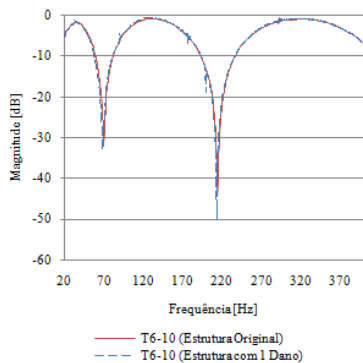


Figura B.13 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

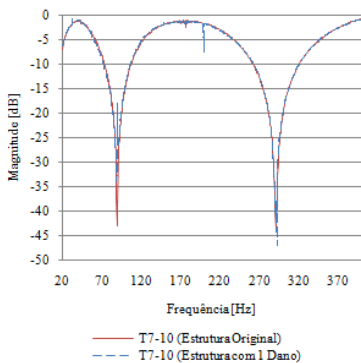


Figura B.14 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

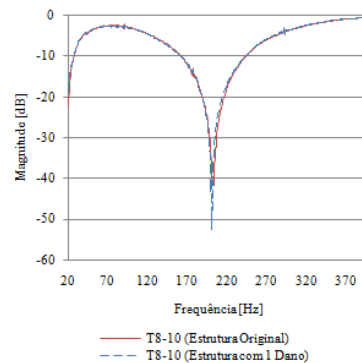


Figura B.15 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

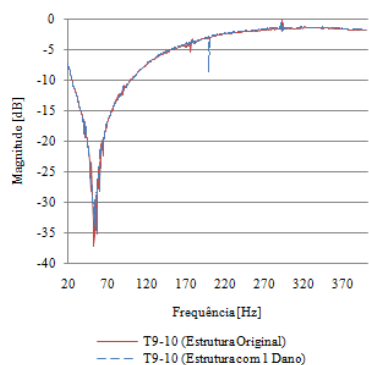


Figura B.16 – Função de Transmissibilidade T_{9-10}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º4

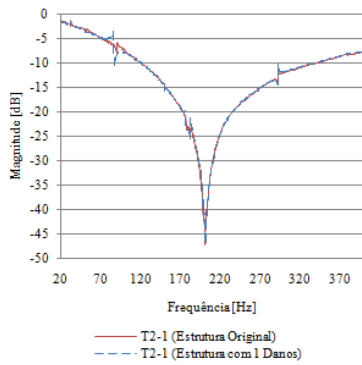


Figura C.21 – Função de Transmissibilidade T_{2-1}

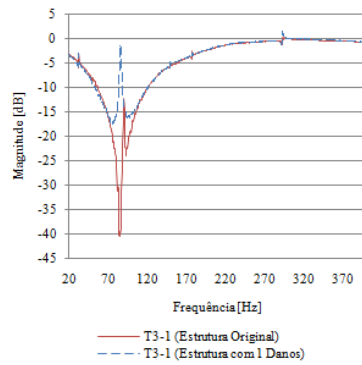


Figura C.2 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

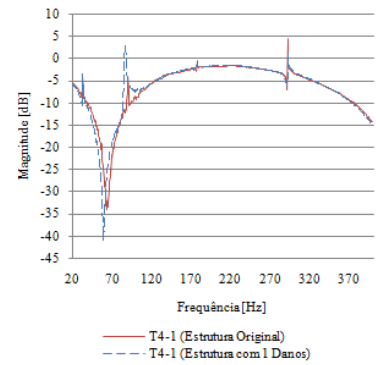


Figura C.22 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

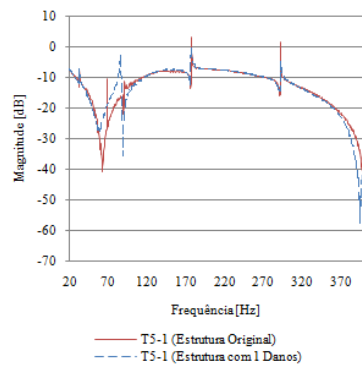


Figura C.4 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

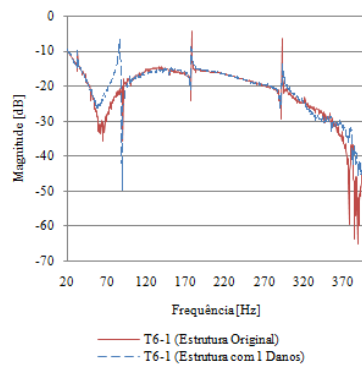


Figura C.5 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

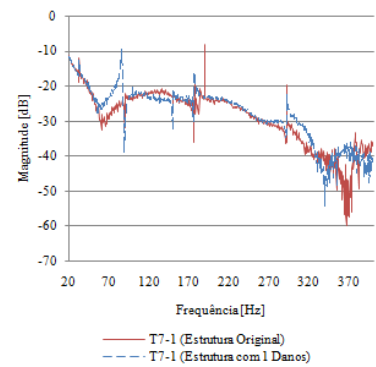


Figura C.23 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

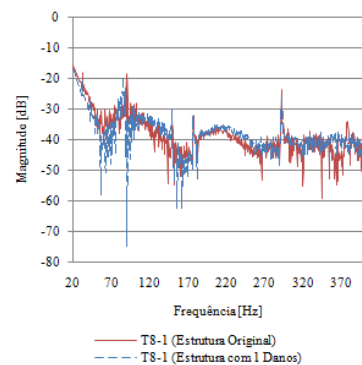


Figura C.7 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

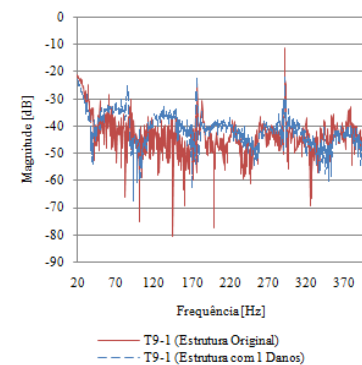


Figura C.8 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

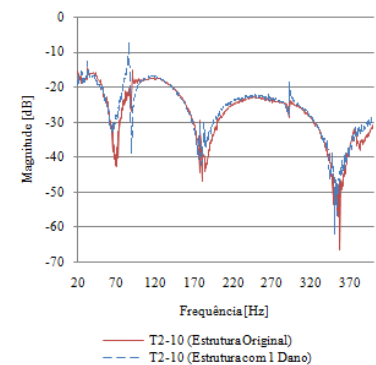


Figura C.24 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

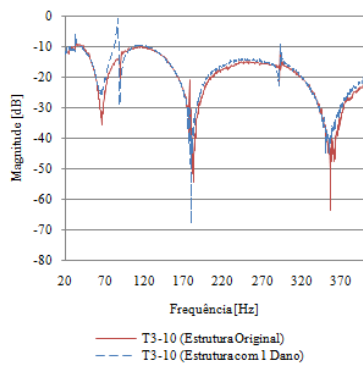


Figura C.10 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

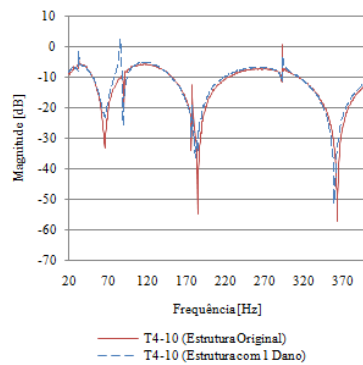


Figura C.11 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

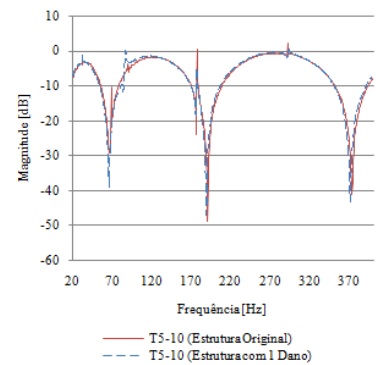


Figura C.12 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

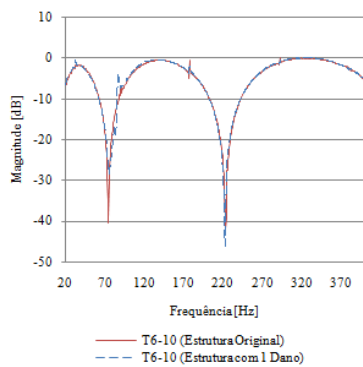


Figura C.13 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

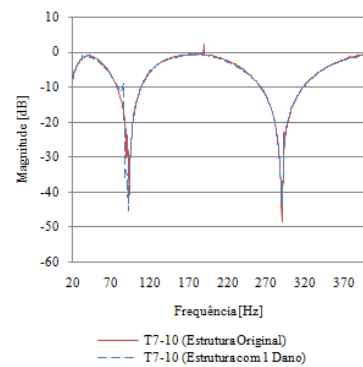


Figura C.14 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

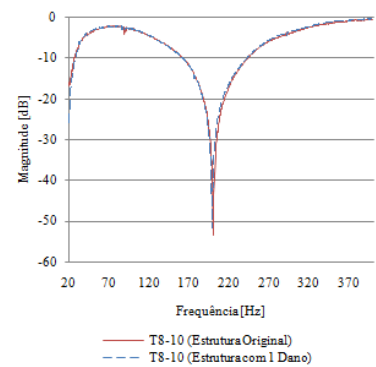


Figura C.15 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

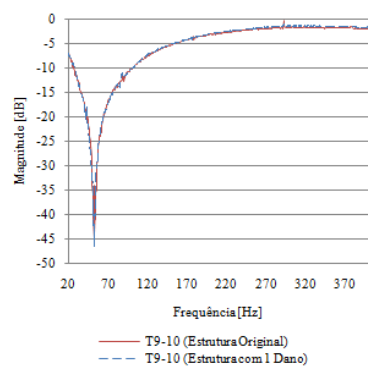


Figura C.16 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º1a

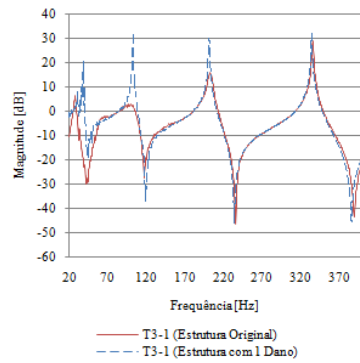


Figura D.25 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

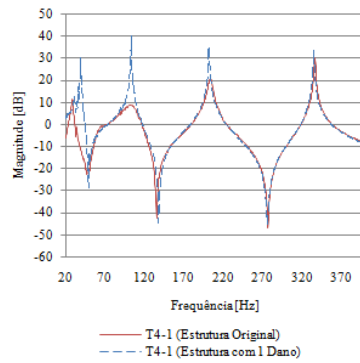


Figura D.2 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

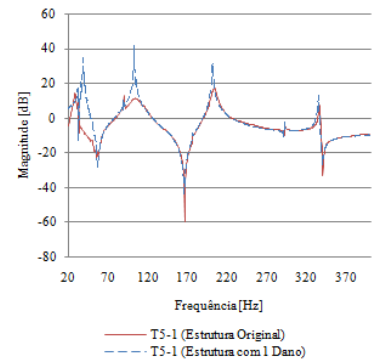


Figura D.26 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

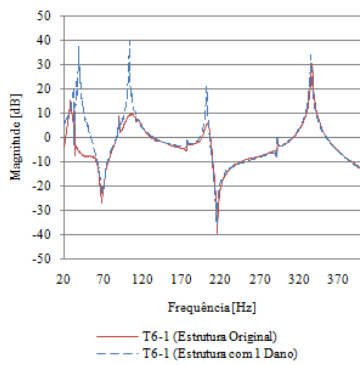


Figura D.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

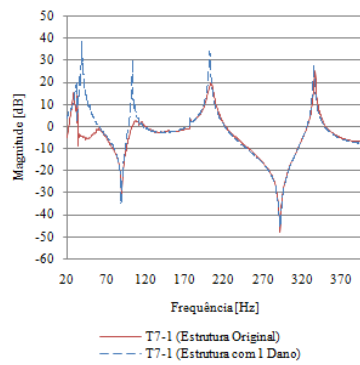


Figura D.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

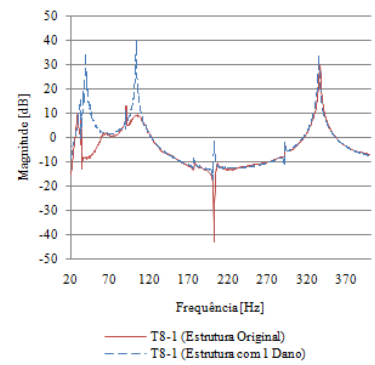


Figura D.27 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

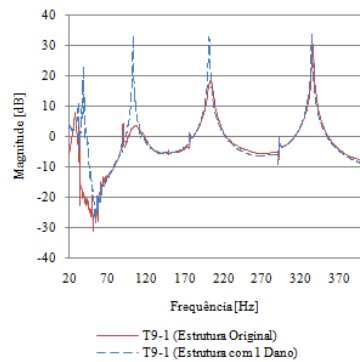


Figura D.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

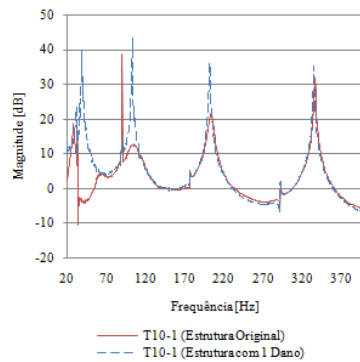


Figura D.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-1}

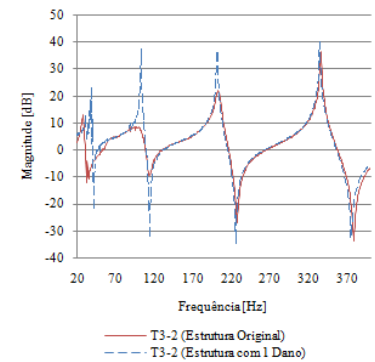


Figura D.28 – Função de Transmissibilidade T_{3-2}

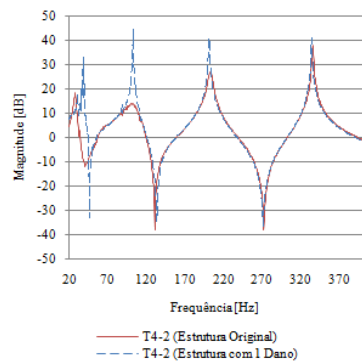


Figura D.10 – Função de Transmissibilidade T_{4-2}

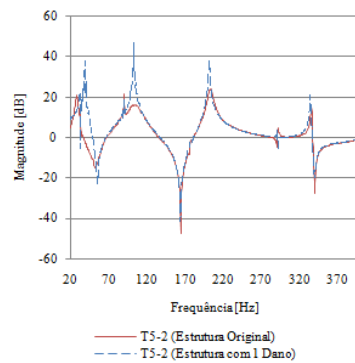


Figura D.11 – Função de Transmissibilidade T_{5-2}

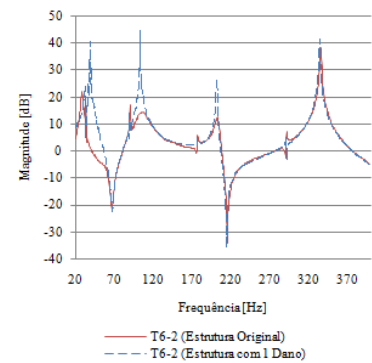


Figura D.12 – Função de Transmissibilidade T_{6-2}

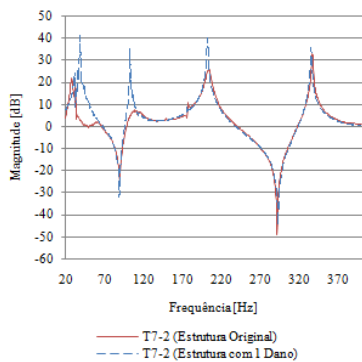


Figura D.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-2}

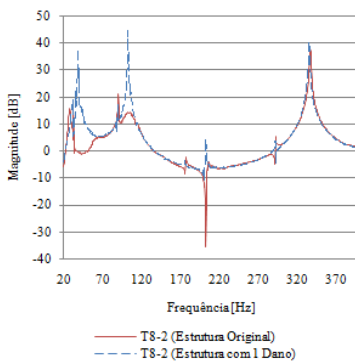


Figura D.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-2}

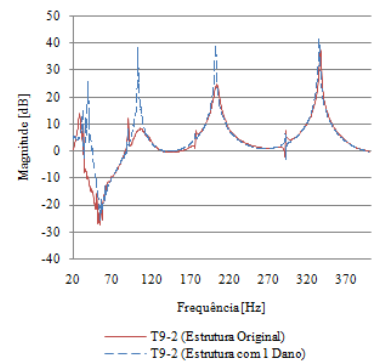


Figura D.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-2}

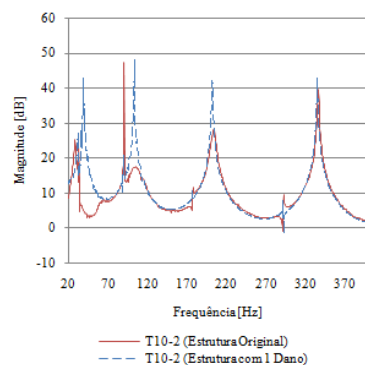


Figura D.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-2}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º2a

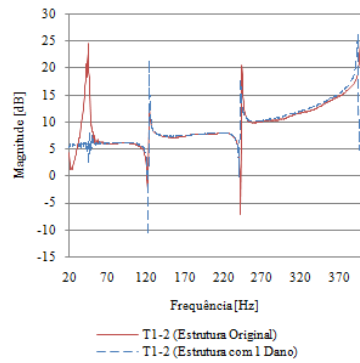


Figura E.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-2}

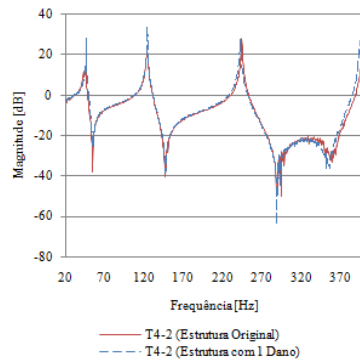


Figura E.2 – Função de Transmissibilidade T_{4-2}

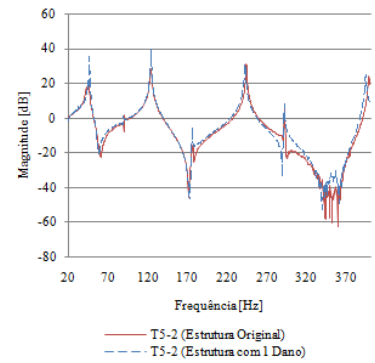


Figura E.3 – Função de Transmissibilidade T_{5-2}

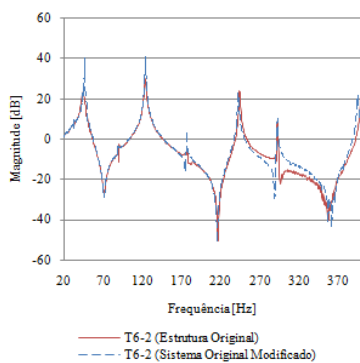


Figura E.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-2}

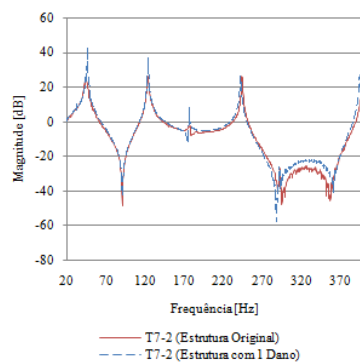


Figura E.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-2}

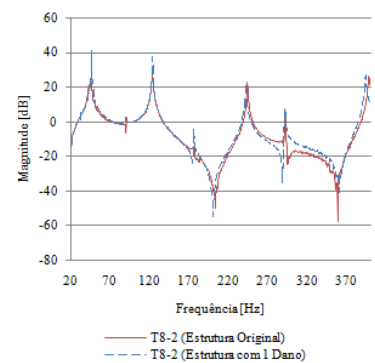


Figura E.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-2}

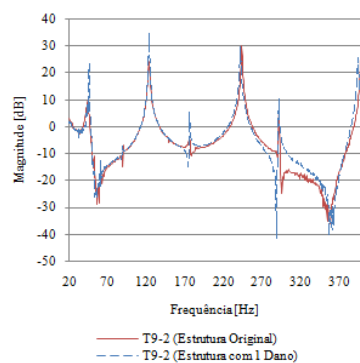


Figura E.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-2}

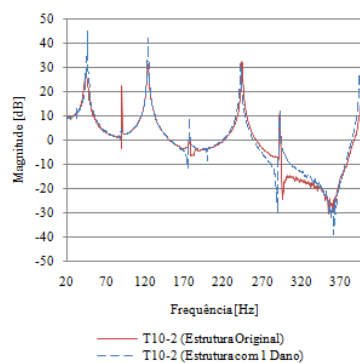


Figura E.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-2}

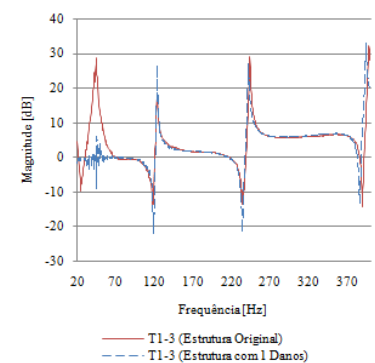


Figura E.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

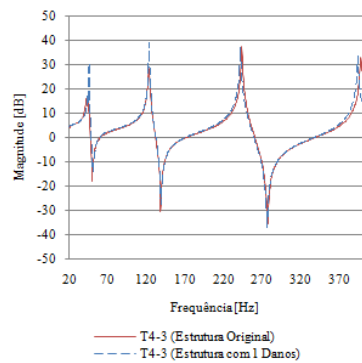


Figura E.10 – Função de Transmissibilidade T_{4-3}

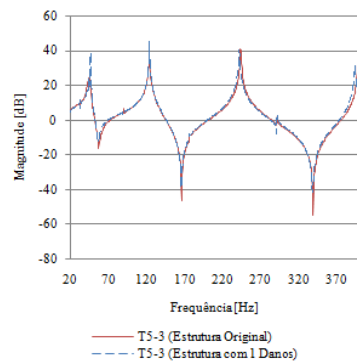


Figura E.11 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

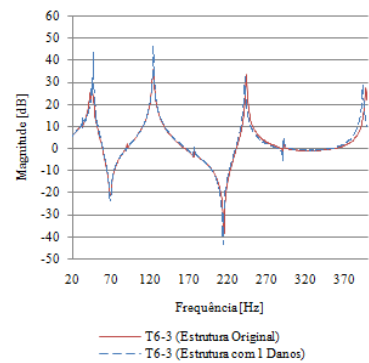


Figura E.12 – Função de Transmissibilidade T_{6-3}

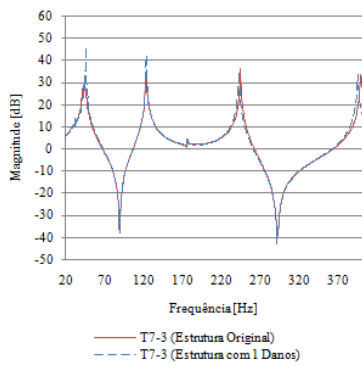


Figura E.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-3}

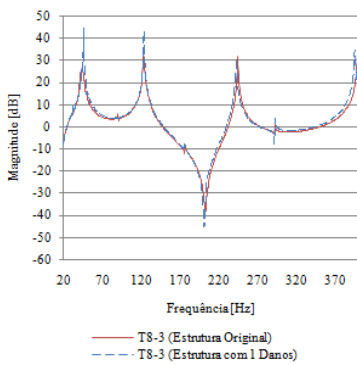


Figura E.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-3}

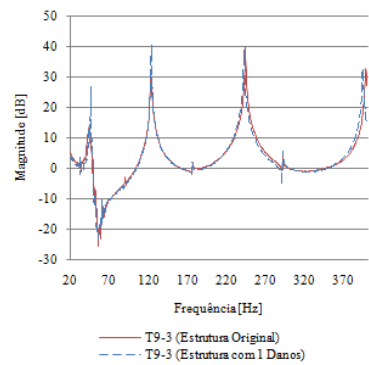


Figura E.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-3}

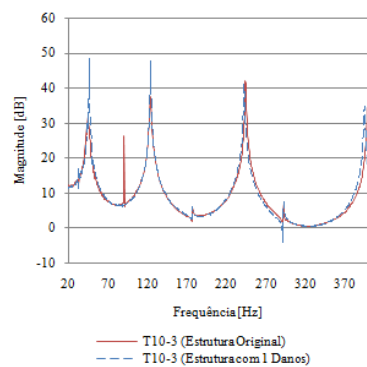


Figura E.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-3}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º3a

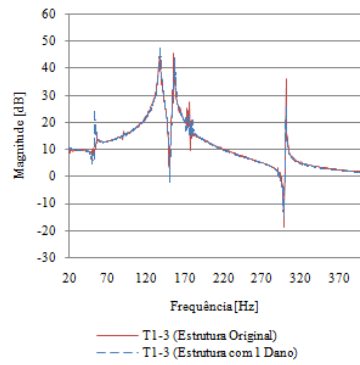


Figura F.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

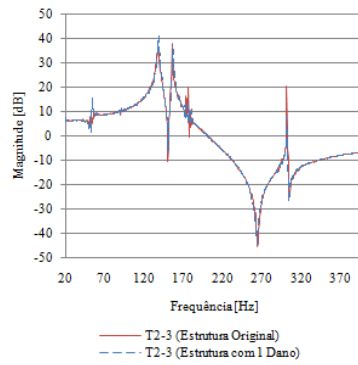


Figura F.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-3}

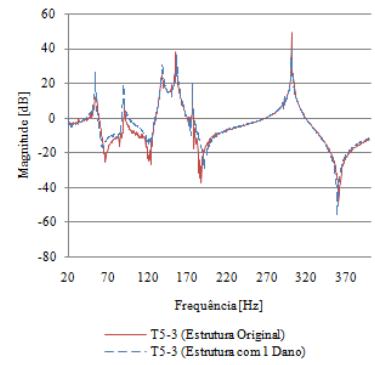


Figura F.3 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

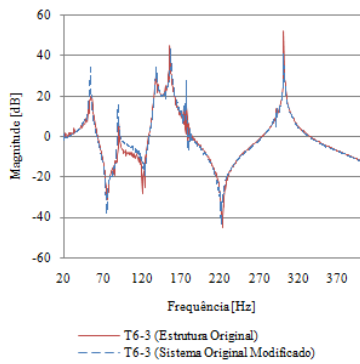


Figura F.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-3}

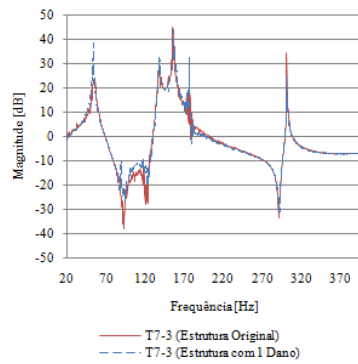


Figura F.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-3}

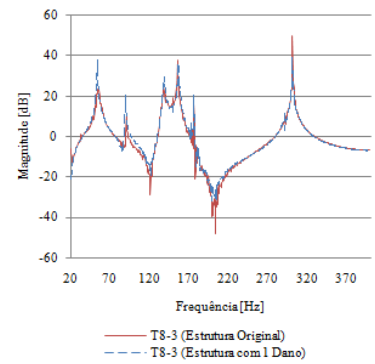


Figura F.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-3}

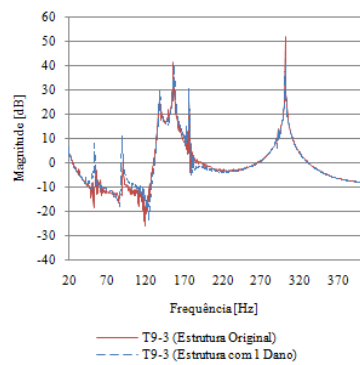


Figura F.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-3}

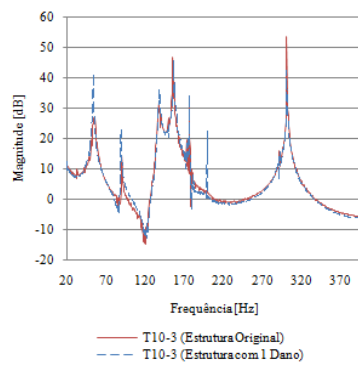


Figura F.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-3}

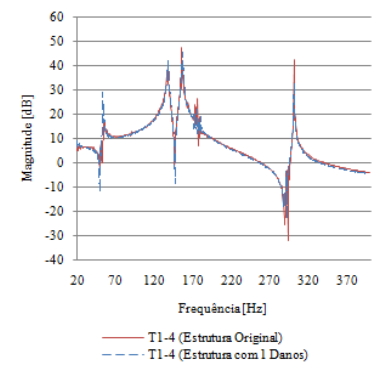


Figura F.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

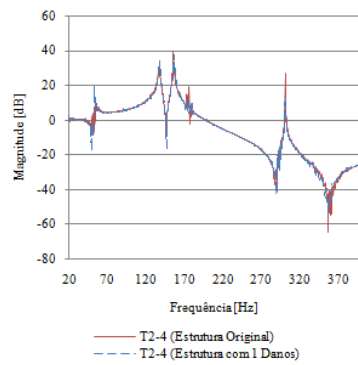


Figura F.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-4}

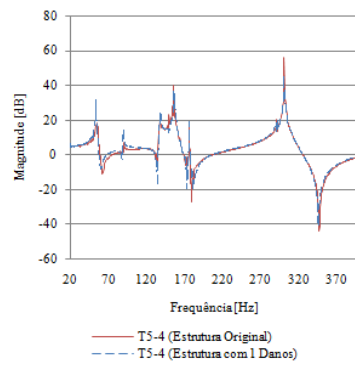


Figura F.11 – Função de Transmissibilidade T_{5-4}

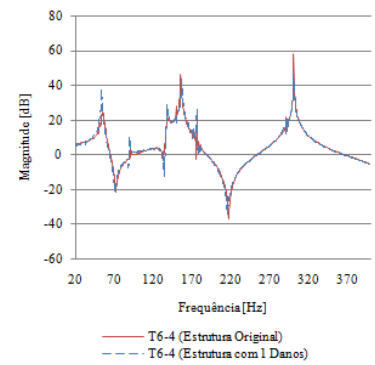


Figura F.12 – Função de Transmissibilidade T_{6-4}

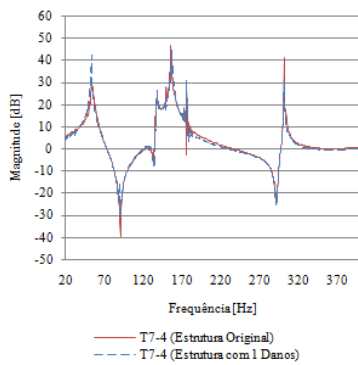


Figura F.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-4}

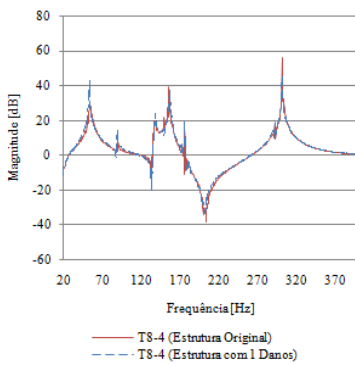


Figura F.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-4}

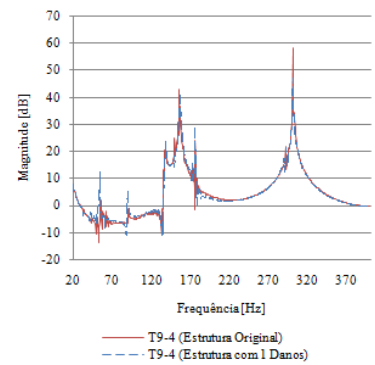


Figura F.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-4}

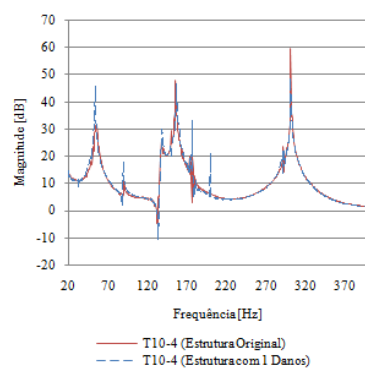


Figura F.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-4}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º4a

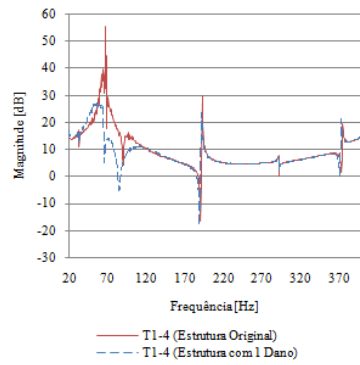


Figura G.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

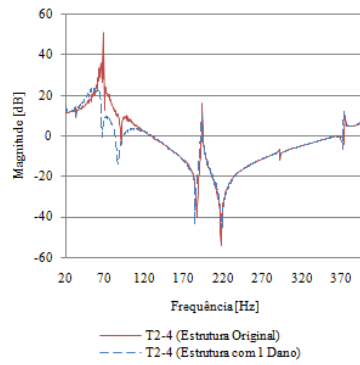


Figura G.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-4}

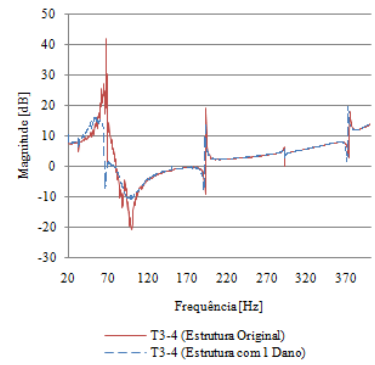


Figura G.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-4}

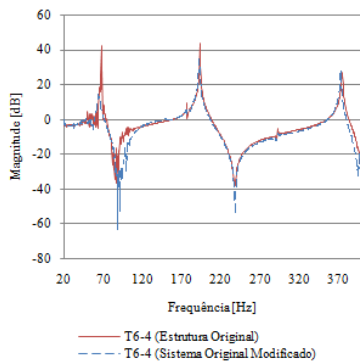


Figura G.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-4}

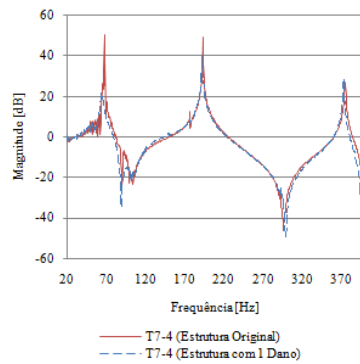


Figura G.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-4}

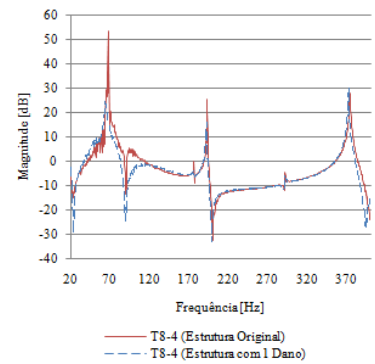


Figura G.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-4}

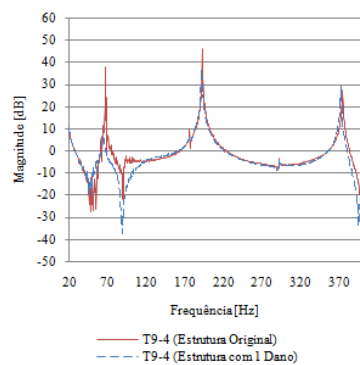


Figura G.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-4}

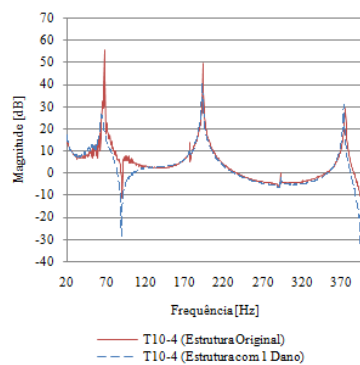


Figura G.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-4}

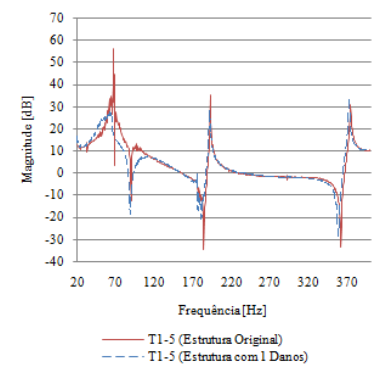


Figura G.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-5}

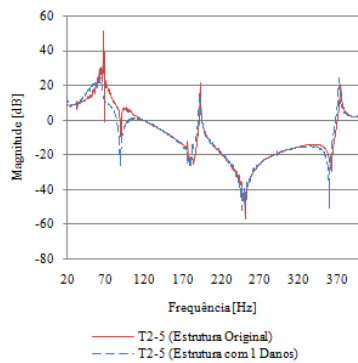


Figura G.10 – Função de Transmissibilidade $T_{2,5}$

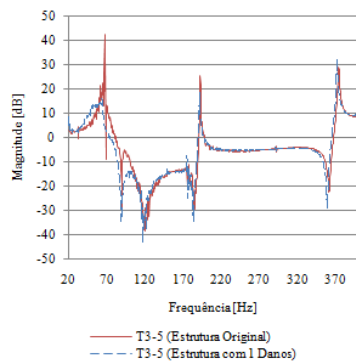


Figura G.11 – Função de Transmissibilidade $T_{3,5}$

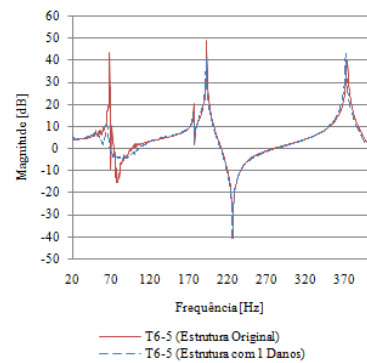


Figura G.12 – Função de Transmissibilidade $T_{6,5}$

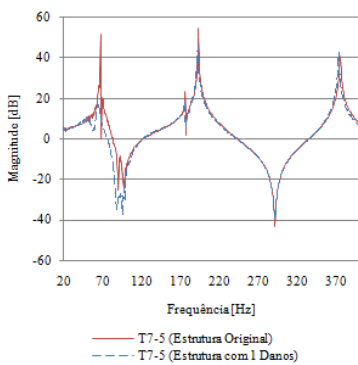


Figura G.13 – Função de Transmissibilidade $T_{7,5}$

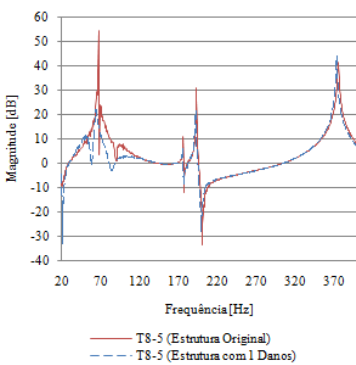


Figura G.14 – Função de Transmissibilidade $T_{8,5}$

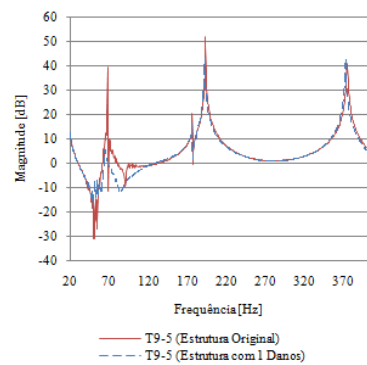


Figura G.15 – Função de Transmissibilidade $T_{9,5}$

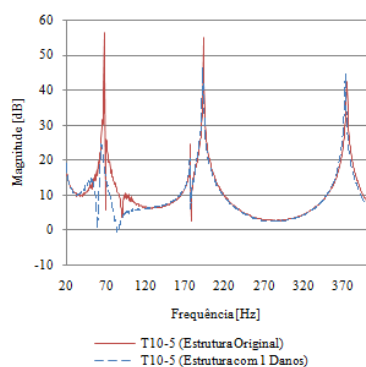


Figura G.16 – Função de Transmissibilidade $T_{10,4}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º5a

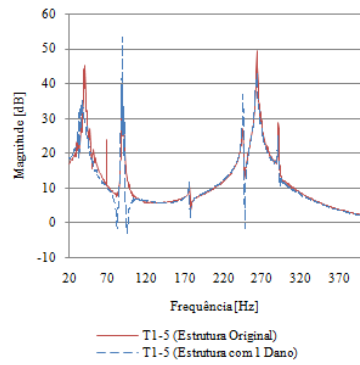


Figura H.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-5}

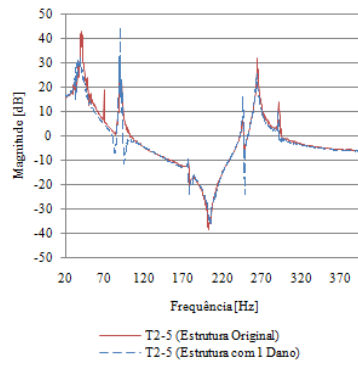


Figura H.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-5}

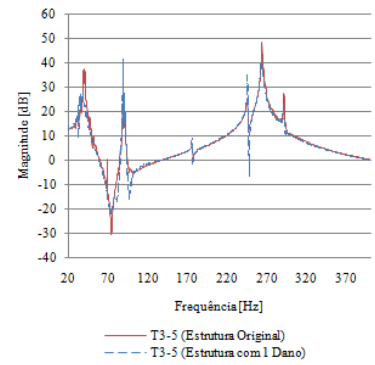


Figura H.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-5}

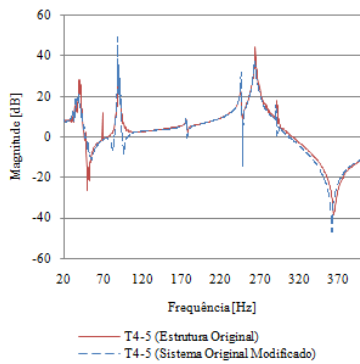


Figura H.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-5}

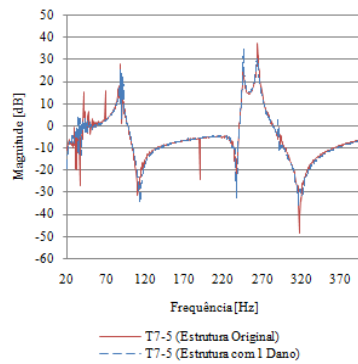


Figura H.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-5}

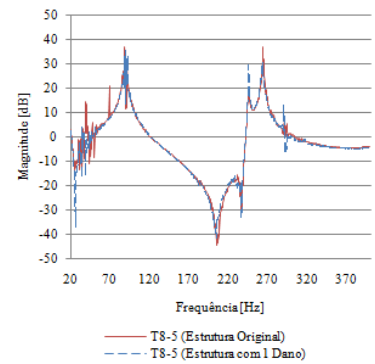


Figura H.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-5}

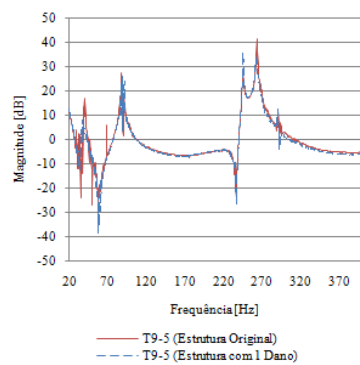


Figura H.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-5}

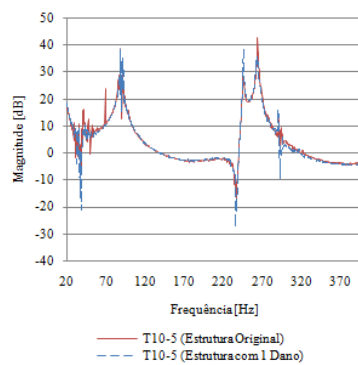


Figura H.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-5}

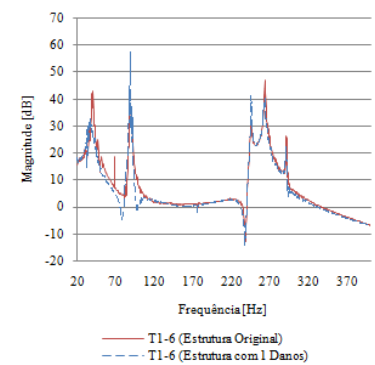


Figura H.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-6}

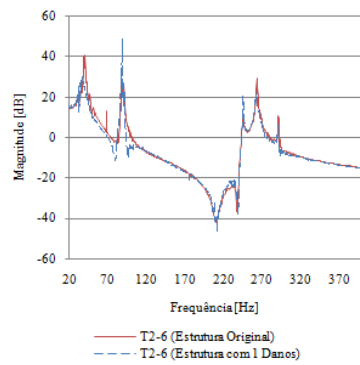


Figura H.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-6}

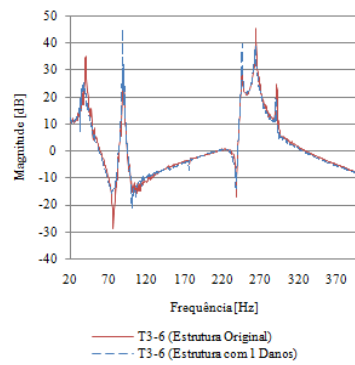


Figura H.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-6}

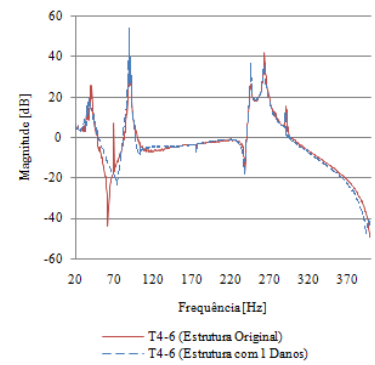


Figura H.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-6}

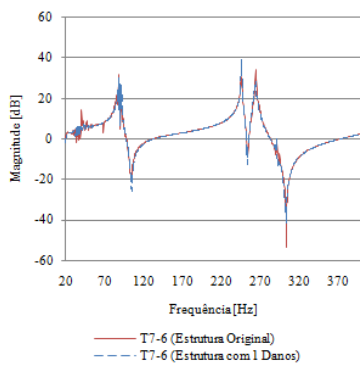


Figura H.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-6}

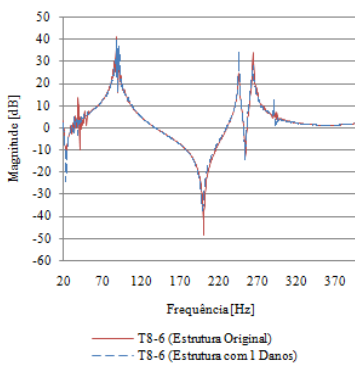


Figura H.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-6}

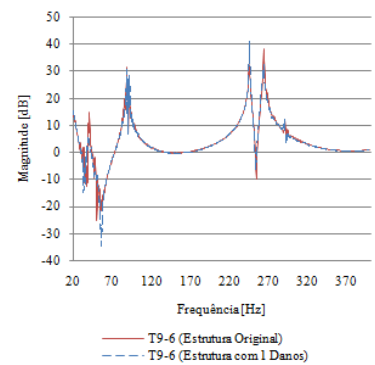


Figura H.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-6}

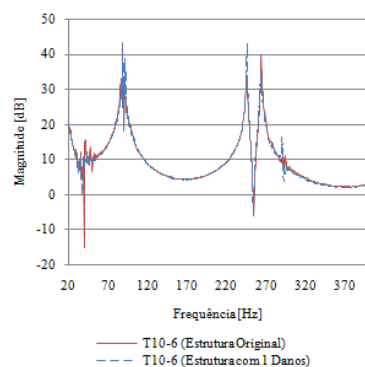


Figura H.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-6}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º6a

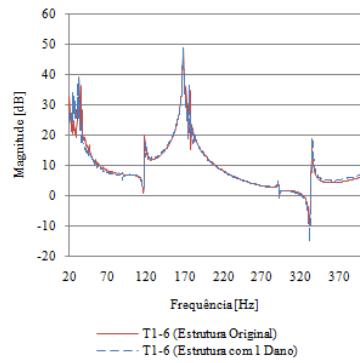


Figura I.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-6}

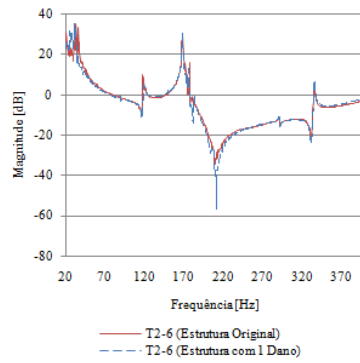


Figura I.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-6}

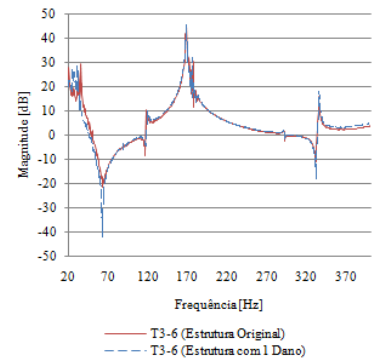


Figura I.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-6}

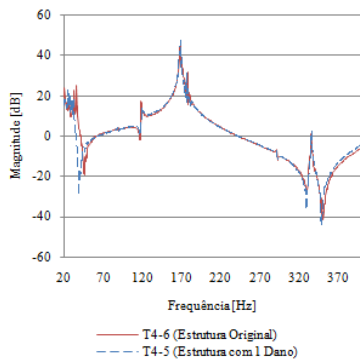


Figura I.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{4-6}

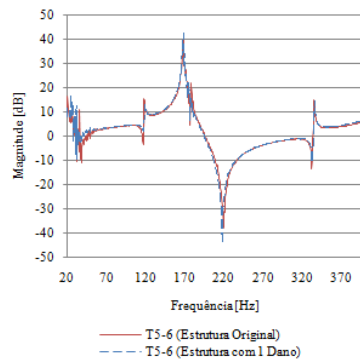


Figura I.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-6}

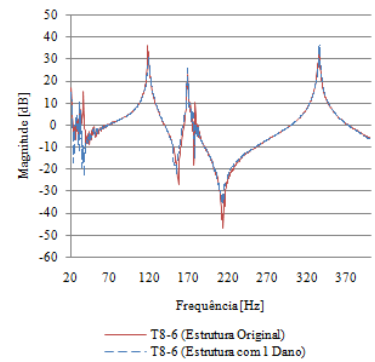


Figura I.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{8-6}

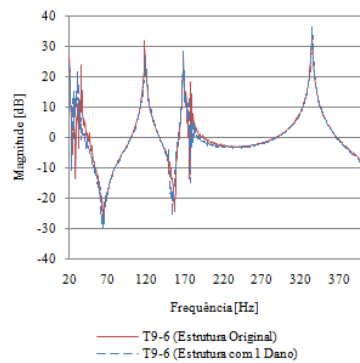


Figura I.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-6}

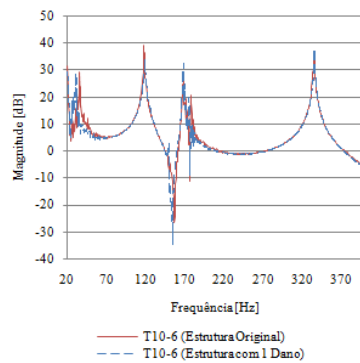


Figura I.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-6}

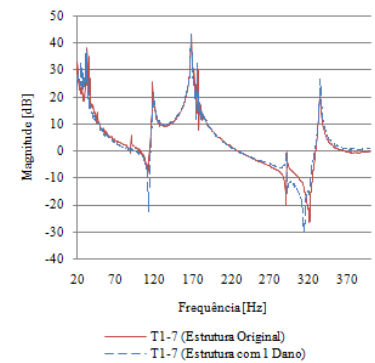


Figura I.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-7}

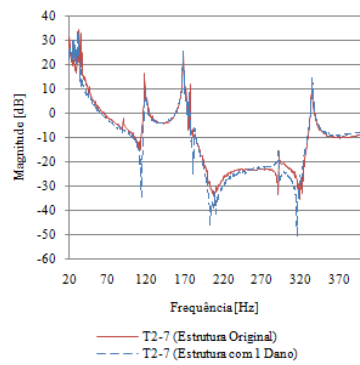


Figura I.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

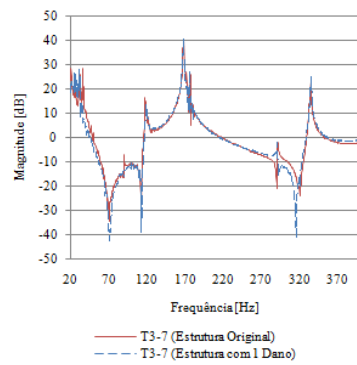


Figura I.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

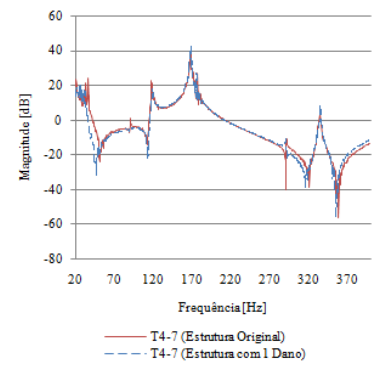


Figura I.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-7}

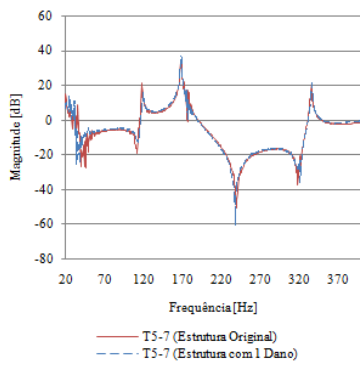


Figura I.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-7}

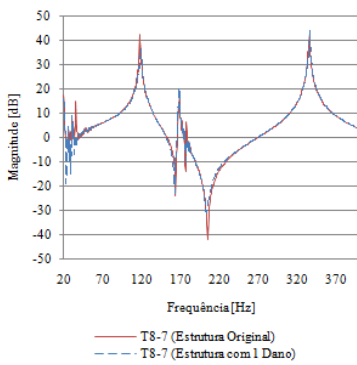


Figura I.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-7}

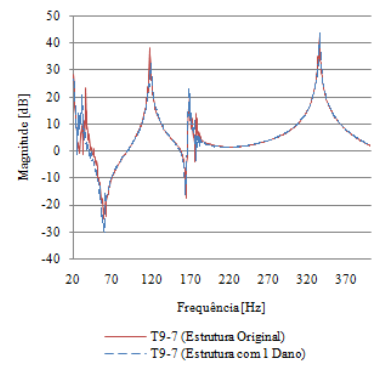


Figura I.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

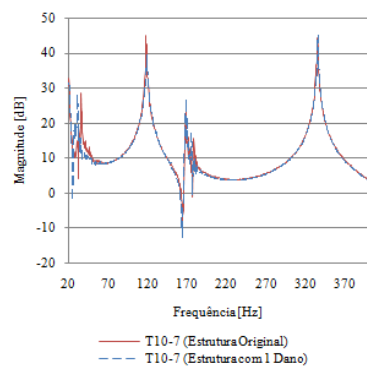


Figura I.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º7a

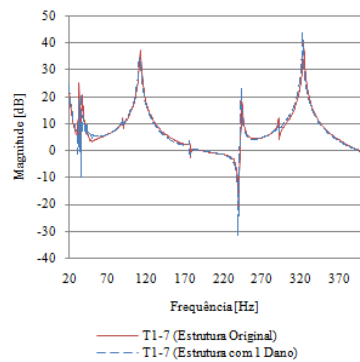


Figura J.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-7}

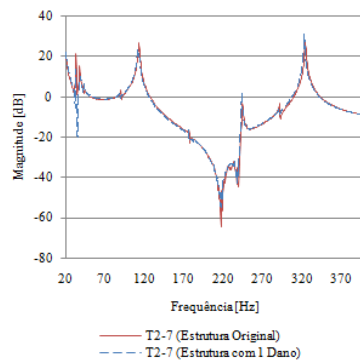


Figura J.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

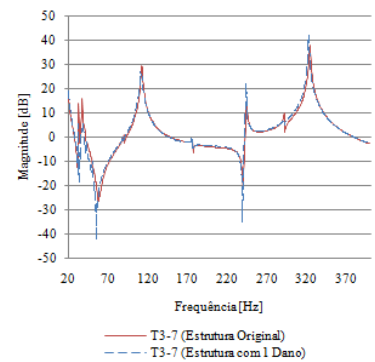


Figura J.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

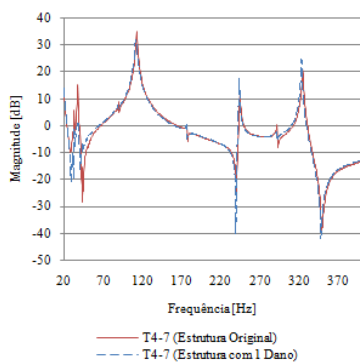


Figura J.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-7}

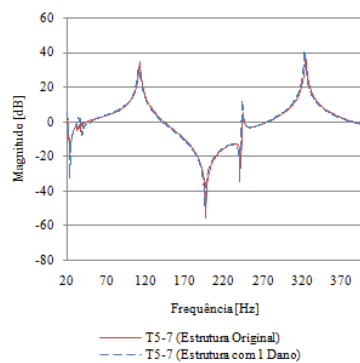


Figura J.5 – Função de Transmissibilidade T_{5-7}

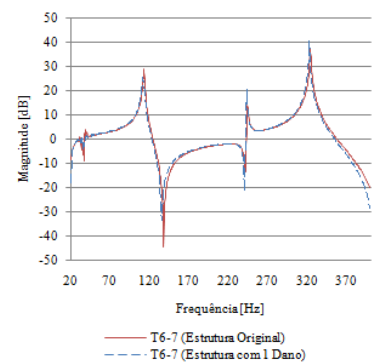


Figura J.6 – Função de Transmissibilidade T_{6-7}

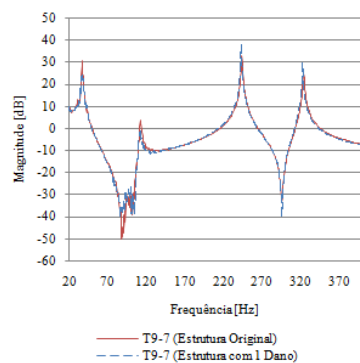


Figura J.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

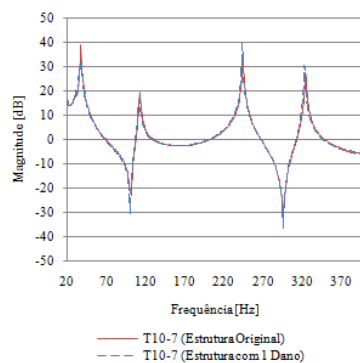


Figura J.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

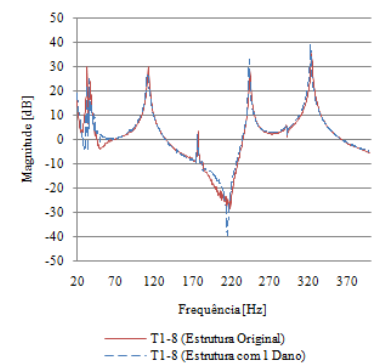


Figura J.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-8}

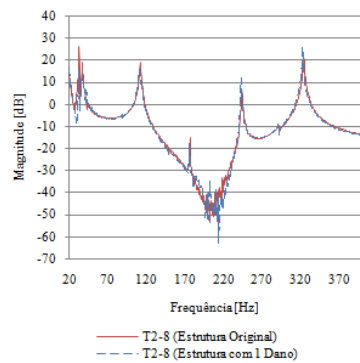


Figura J.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-8}

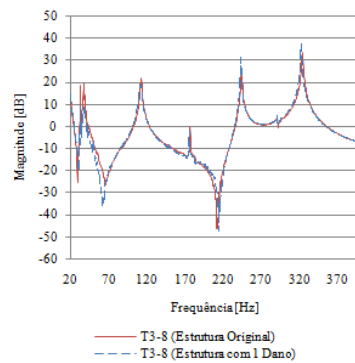


Figura J.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-8}

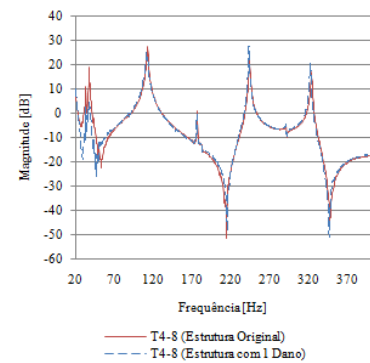


Figura J.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-8}

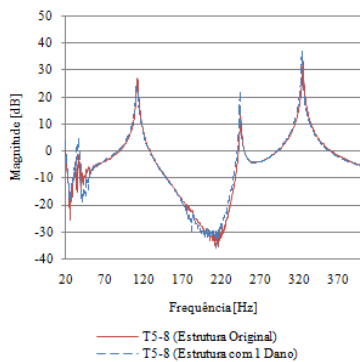


Figura J.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-8}

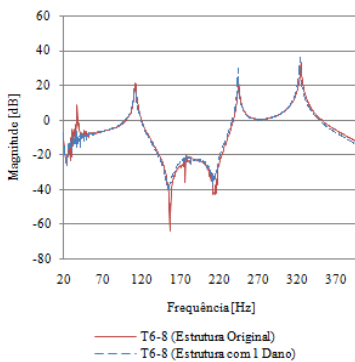


Figura J.14 – Função de Transmissibilidade T_{6-8}

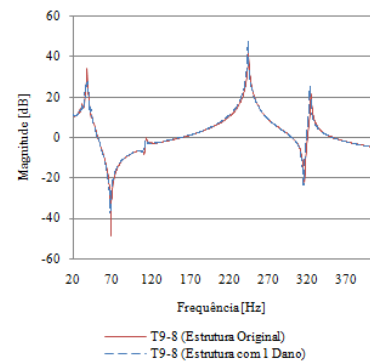


Figura J.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-8}

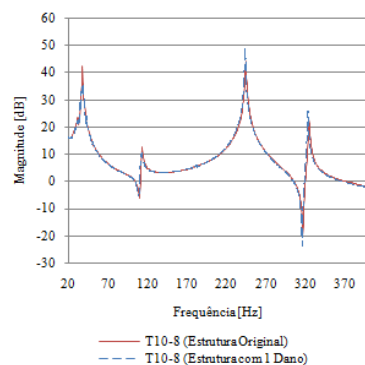


Figura J.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-8}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º8a

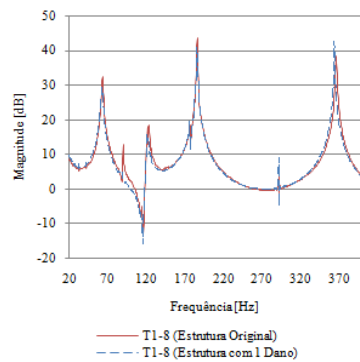


Figura K.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-8}

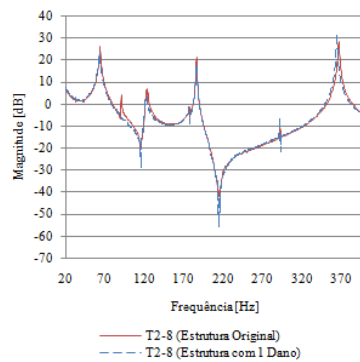


Figura K.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-8}

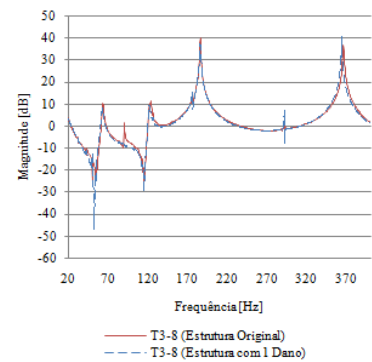


Figura K.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-8}

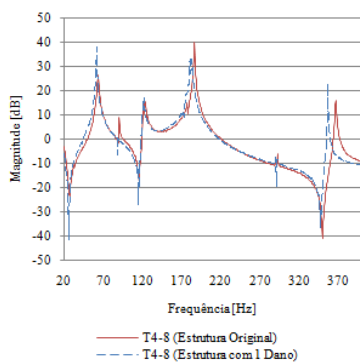


Figura K.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{4-8}

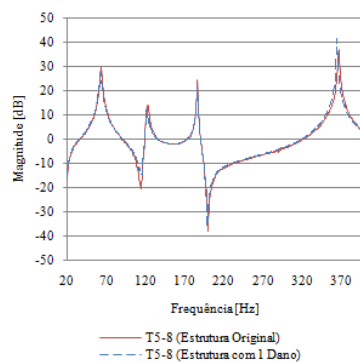


Figura K.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-8}

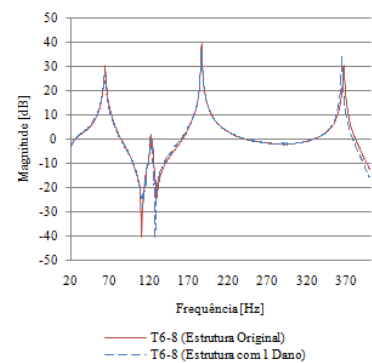


Figura K.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-8}

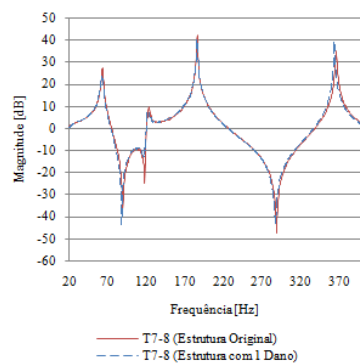


Figura K.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{7-8}

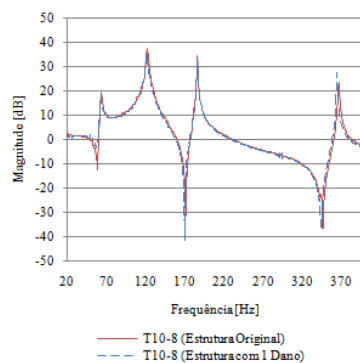


Figura K.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-8}

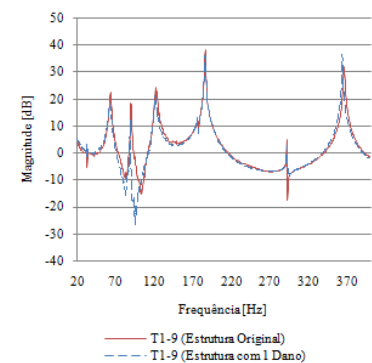


Figura K.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-9}

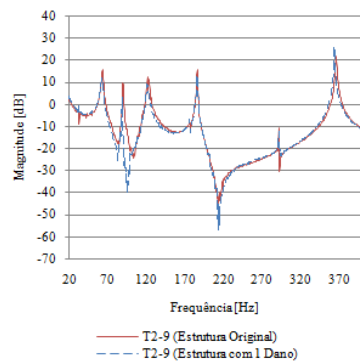


Figura K.10 – Função de Transmissibilidade $T_{2,9}$

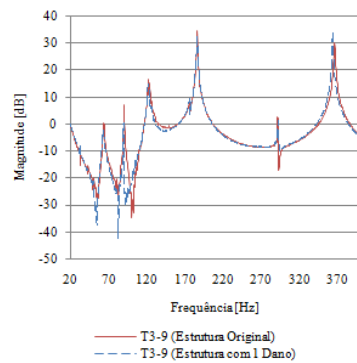


Figura K.11 – Função de Transmissibilidade $T_{3,9}$

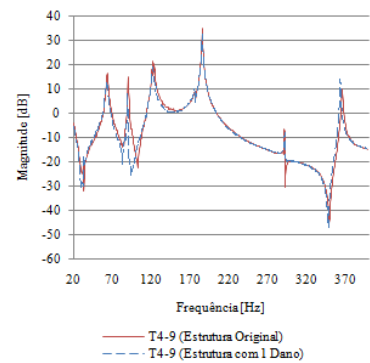


Figura K.12 – Função de Transmissibilidade $T_{4,9}$

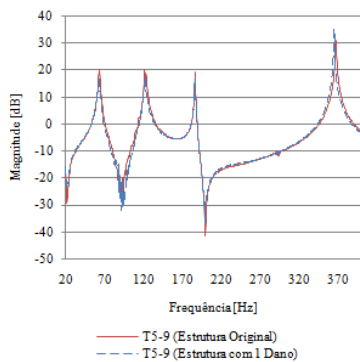


Figura K.13 – Função de Transmissibilidade $T_{5,9}$

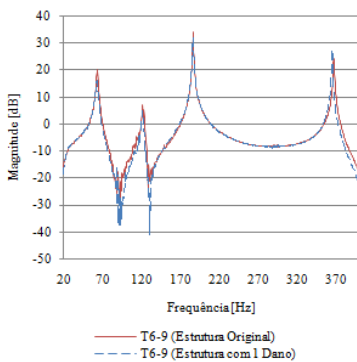


Figura K.14 – Função de Transmissibilidade $T_{6,9}$

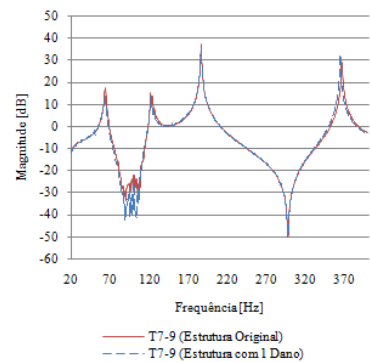


Figura K.15 – Função de Transmissibilidade $T_{7,9}$

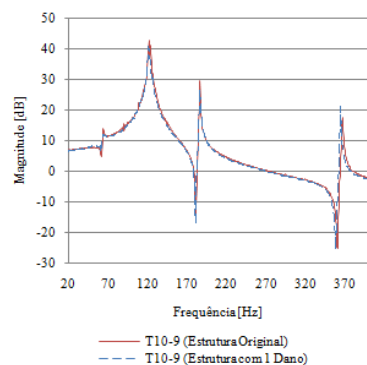


Figura K.16 – Função de Transmissibilidade $T_{10,9}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º9a

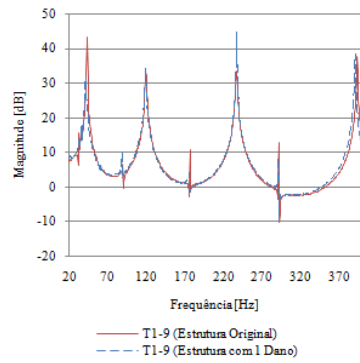


Figura L.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-9}

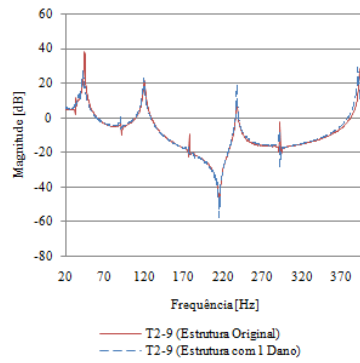


Figura L.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-9}

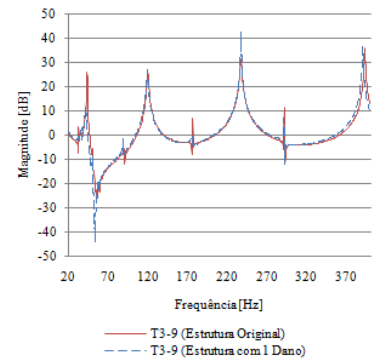


Figura L.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-9}

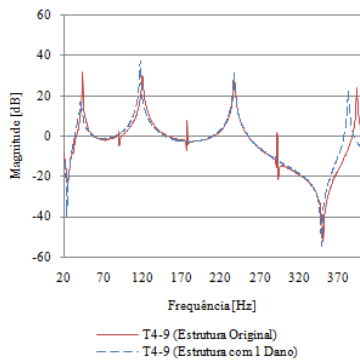


Figura L.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-9}

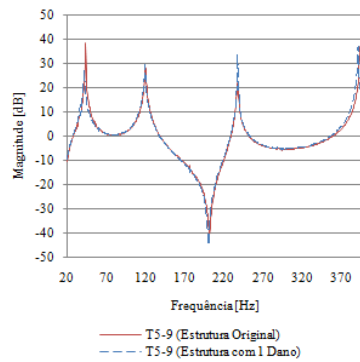


Figura L.5 – Função de Transmissibilidade T_{5-9}

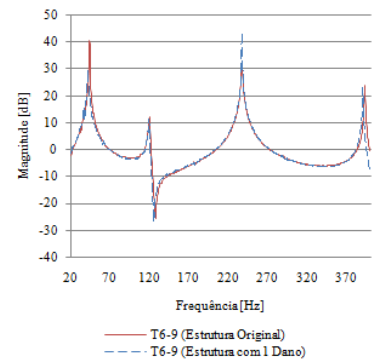


Figura L.6 – Função de Transmissibilidade T_{6-9}

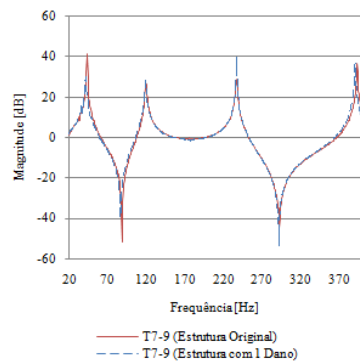


Figura L.7 – Função de Transmissibilidade T_{7-9}

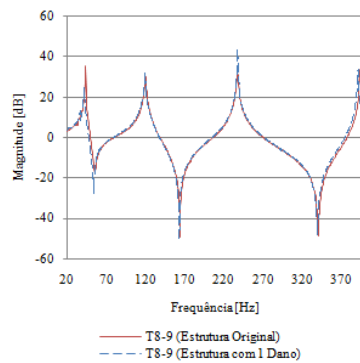


Figura L.8 – Função de Transmissibilidade T_{8-9}

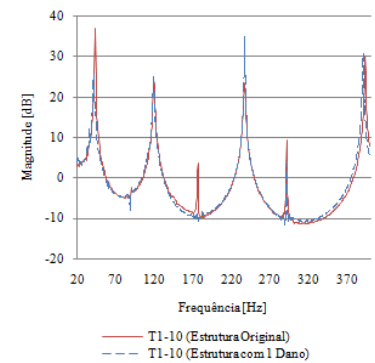


Figura L.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-10}

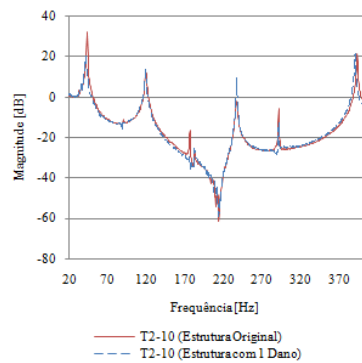


Figura L.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

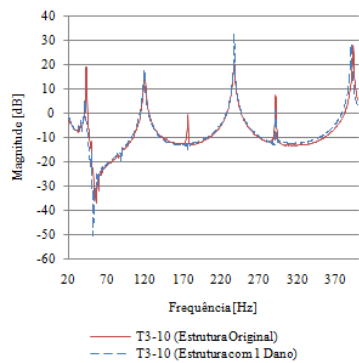


Figura L.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

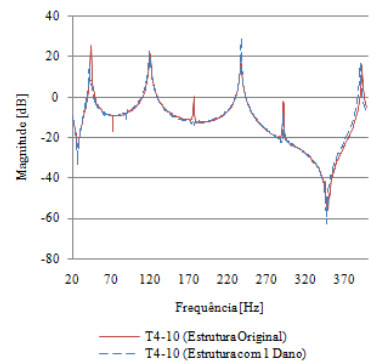


Figura L.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

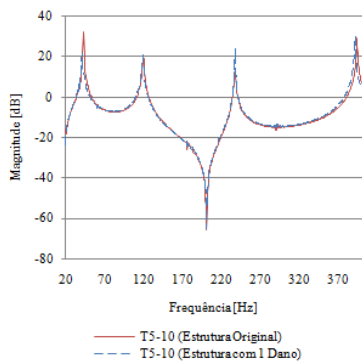


Figura L.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

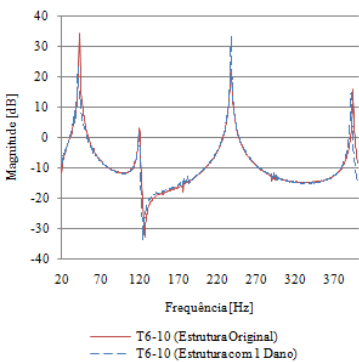


Figura L.14 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

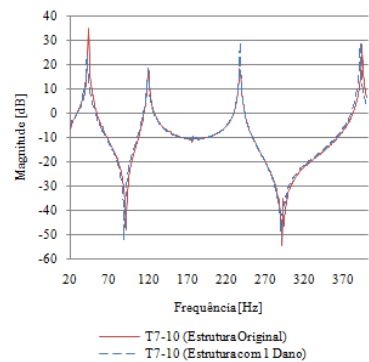


Figura L.15 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

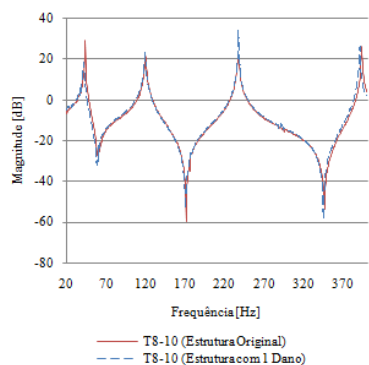


Figura L.16 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º1b

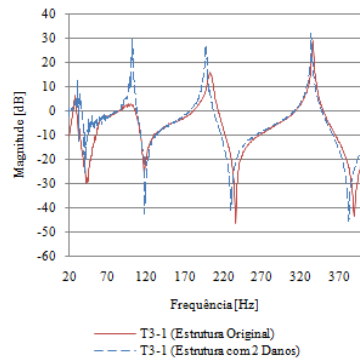


Figura M.1 – Função de Transmissibilidade T_{3-1}

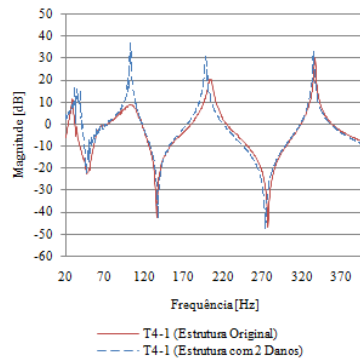


Figura M.2 – Função de Transmissibilidade T_{4-1}

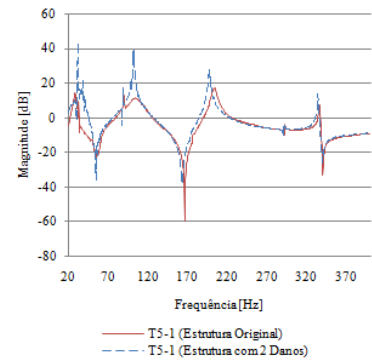


Figura M.3 – Função de Transmissibilidade T_{5-1}

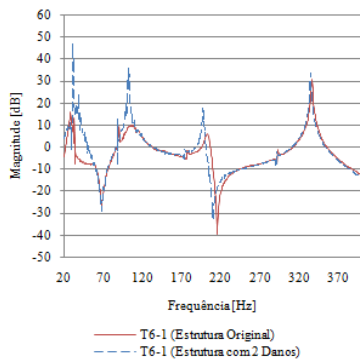


Figura M.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-1}

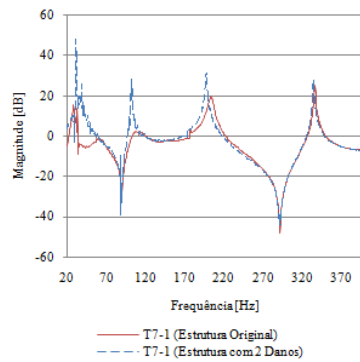


Figura M.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-1}

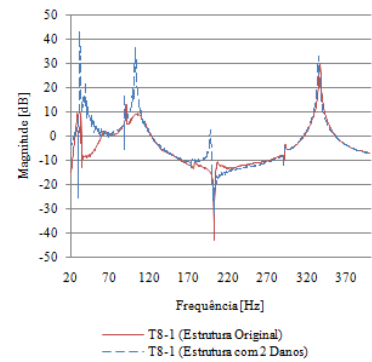


Figura M.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-1}

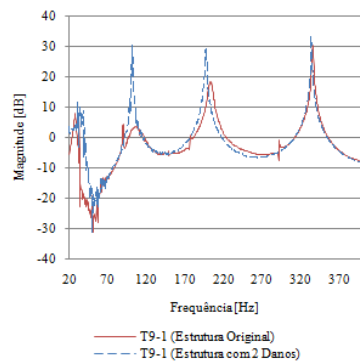


Figura M.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-1}

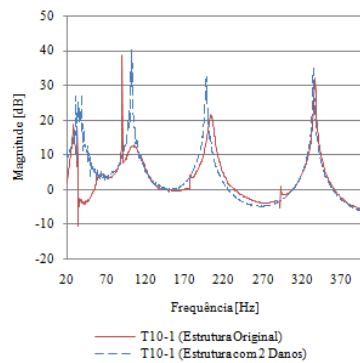


Figura M.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-1}

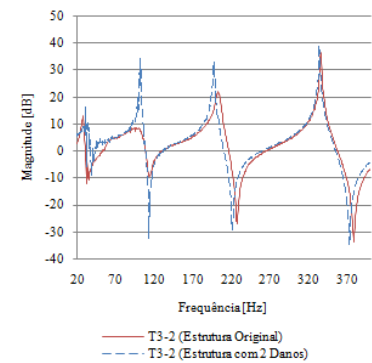


Figura M.9 – Função de Transmissibilidade T_{3-2}

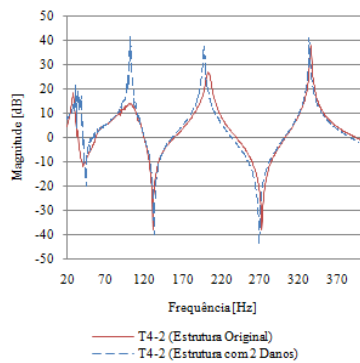


Figura M.10 – Função de Transmissibilidade $T_{4,2}$

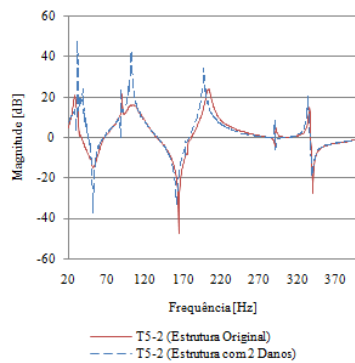


Figura M.11 – Função de Transmissibilidade $T_{5,2}$

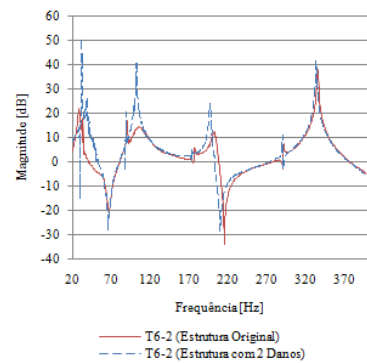


Figura M.12 – Função de Transmissibilidade $T_{6,2}$

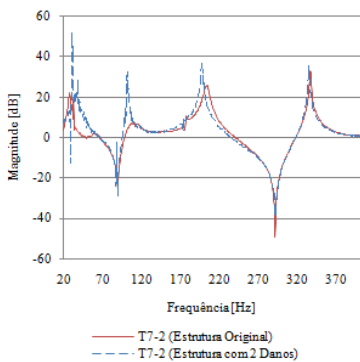


Figura M.13 – Função de Transmissibilidade $T_{7,2}$

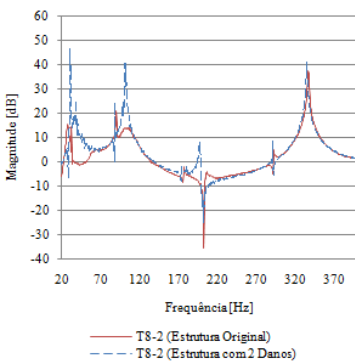


Figura M.14 – Função de Transmissibilidade $T_{8,2}$

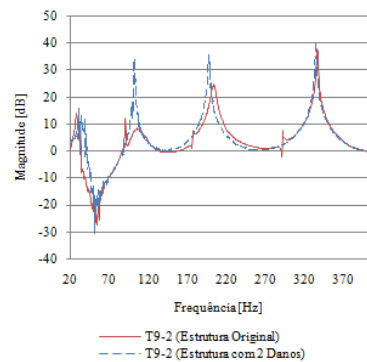


Figura M.15 – Função de Transmissibilidade $T_{9,2}$

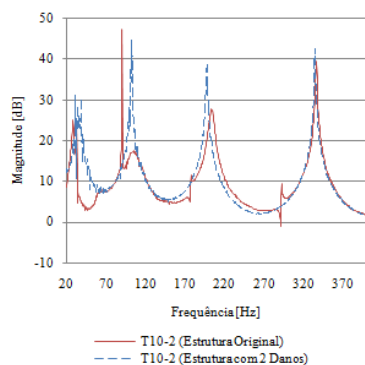


Figura M.16 – Função de Transmissibilidade $T_{10,2}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º2b

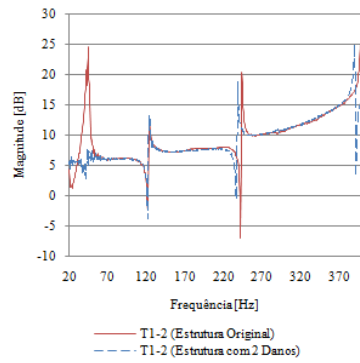


Figura N.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-2}

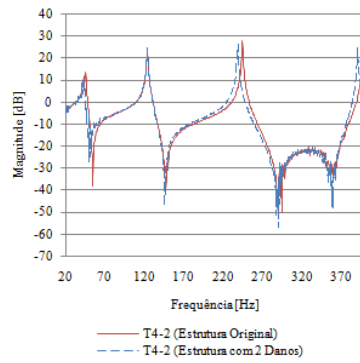


Figura N.2 – Função de Transmissibilidade T_{4-2}

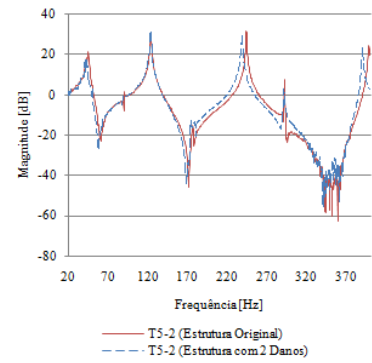


Figura N.3 – Função de Transmissibilidade T_{5-2}

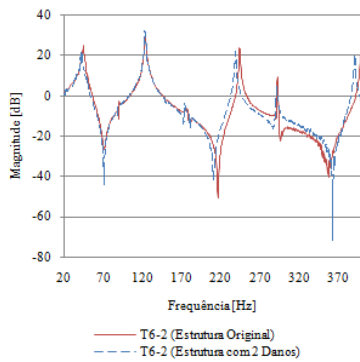


Figura N.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-2}

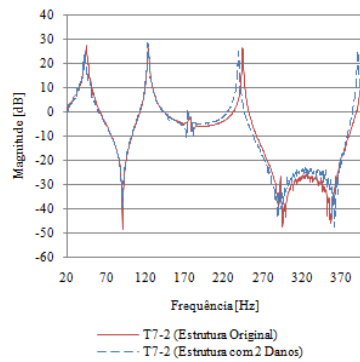


Figura N.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-2}

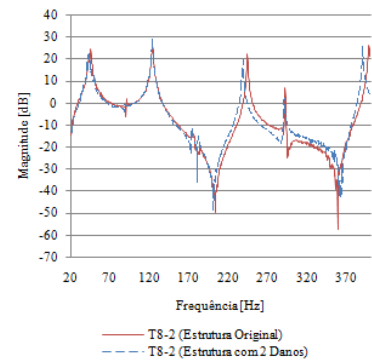


Figura N.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-2}

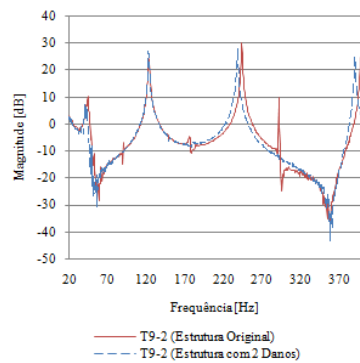


Figura N.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-2}

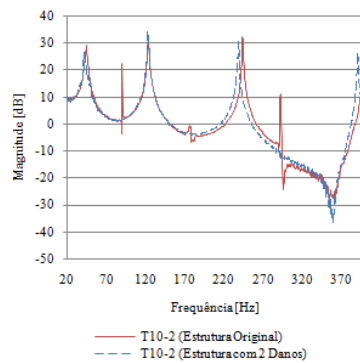


Figura N.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-2}

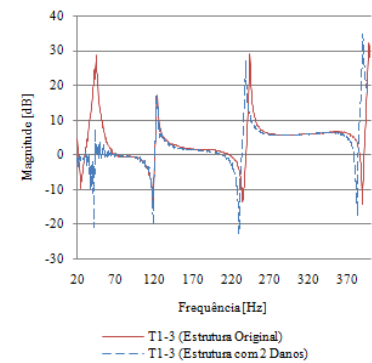


Figura N.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

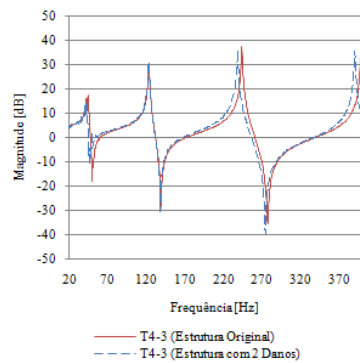


Figura N.10 – Função de Transmissibilidade T_{4-3}

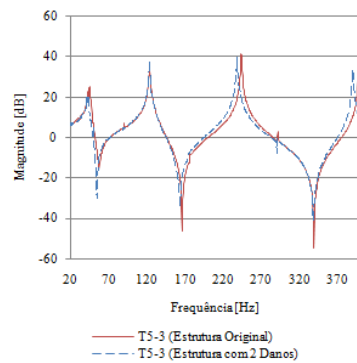


Figura N.11 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

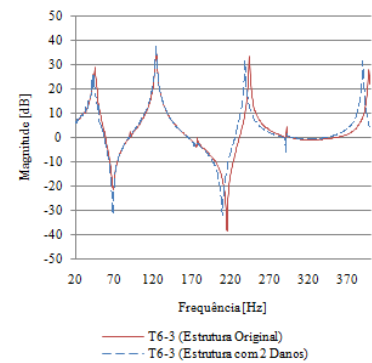


Figura N.12 – Função de Transmissibilidade T_{6-3}

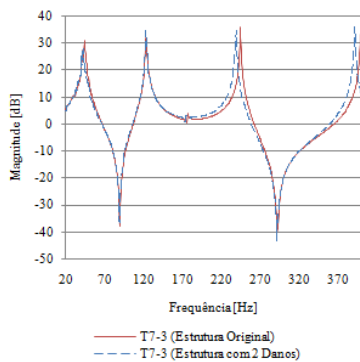


Figura N.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-2}

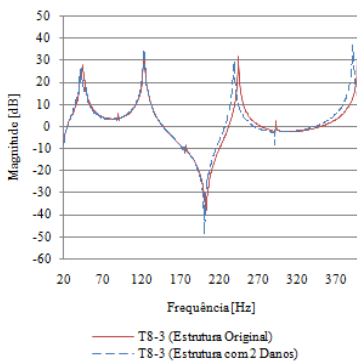


Figura N.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-3}

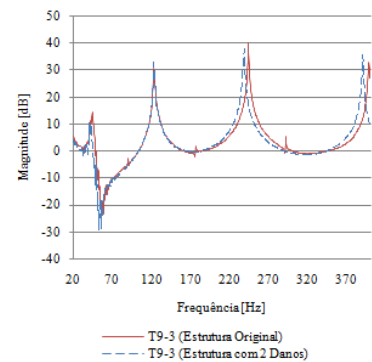


Figura N.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-3}

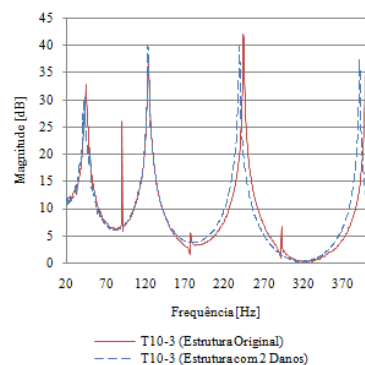


Figura N.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-3}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º3b

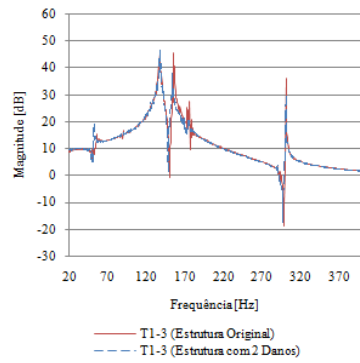


Figura O.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

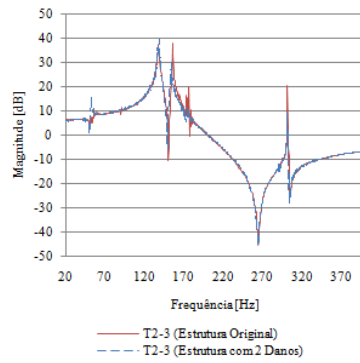


Figura O.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-3}

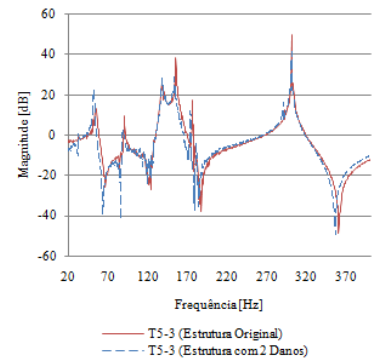


Figura O.3 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

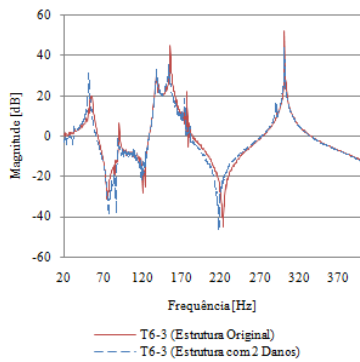


Figura O.4 – Função de Transmissibilidade T_{6-3}

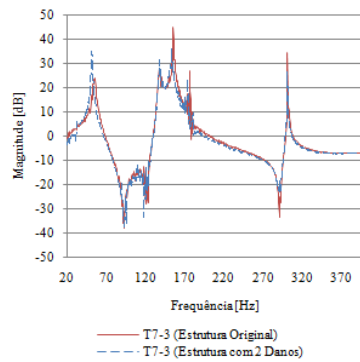


Figura O.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-3}

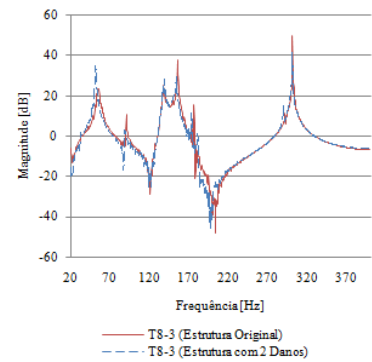


Figura O.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-3}

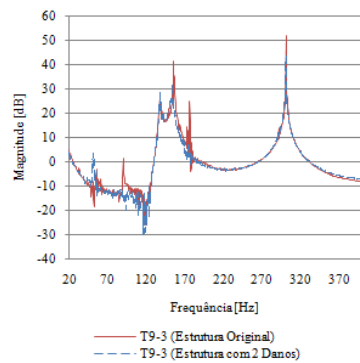


Figura O.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-3}

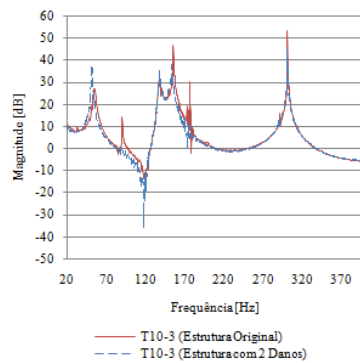


Figura O.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-3}

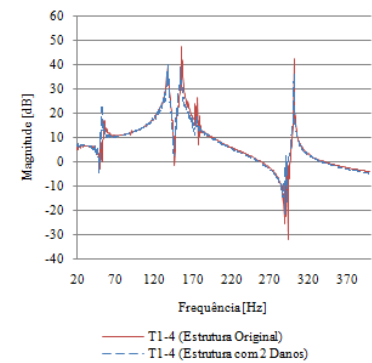


Figura O.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

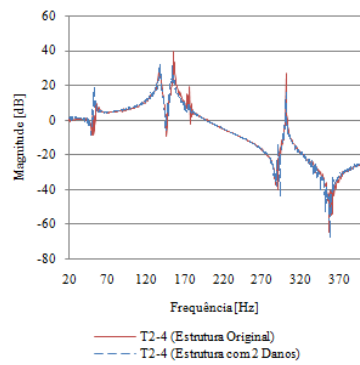


Figura O.10 – Função de Transmissibilidade $T_{2,4}$

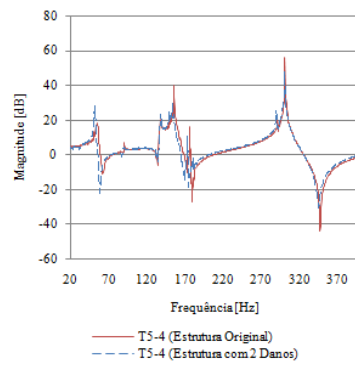


Figura O.11 – Função de Transmissibilidade $T_{5,4}$

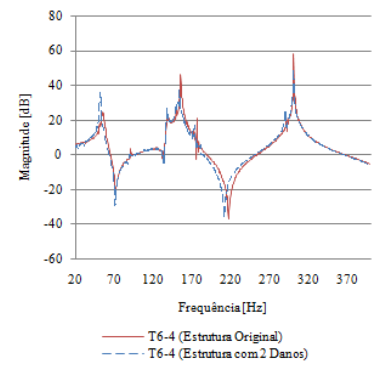


Figura O.12 – Função de Transmissibilidade $T_{6,4}$

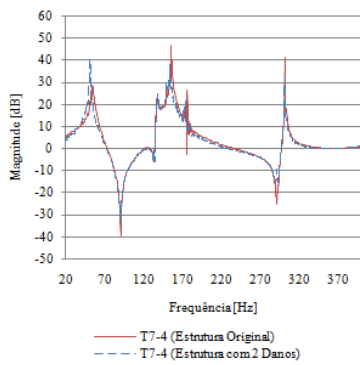


Figura O.13 – Função de Transmissibilidade $T_{7,4}$

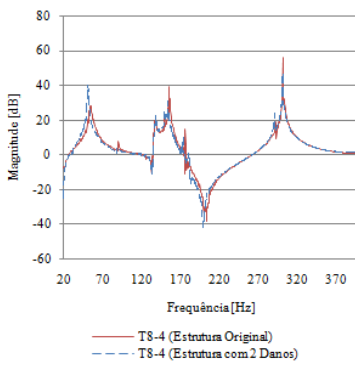


Figura O.14 – Função de Transmissibilidade $T_{8,4}$

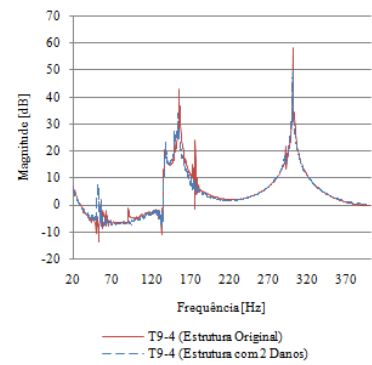


Figura O.15 – Função de Transmissibilidade $T_{9,4}$

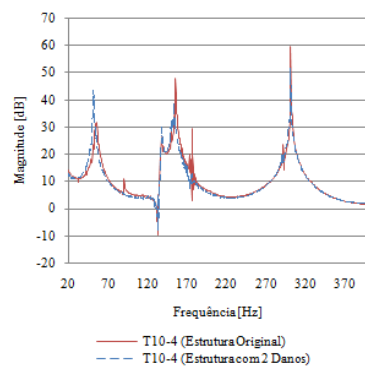


Figura O.16 – Função de Transmissibilidade $T_{10,4}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º4b

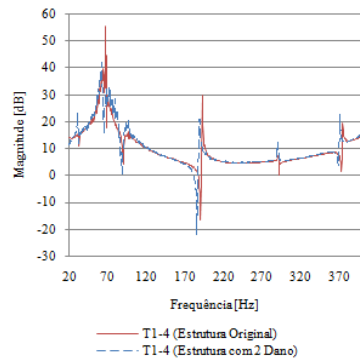


Figura P.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-4}

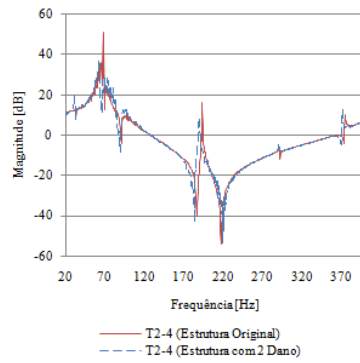


Figura P.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-4}

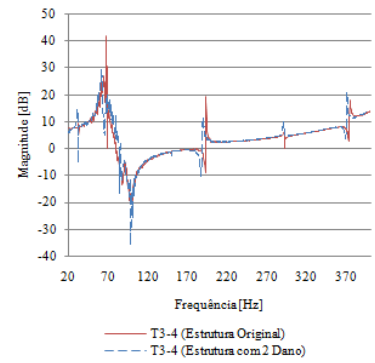


Figura P.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-4}

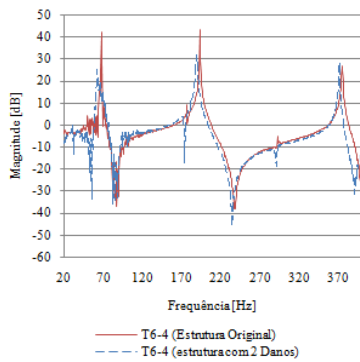


Figura P.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-4}

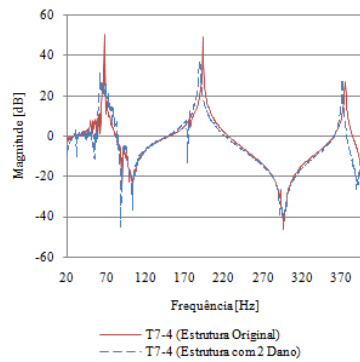


Figura P.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{7-4}

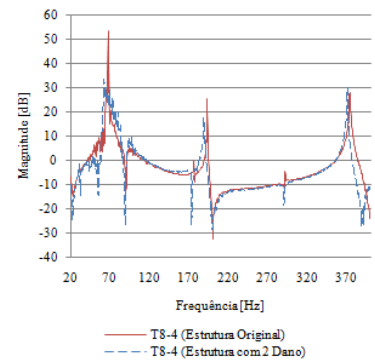


Figura P.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{8-4}

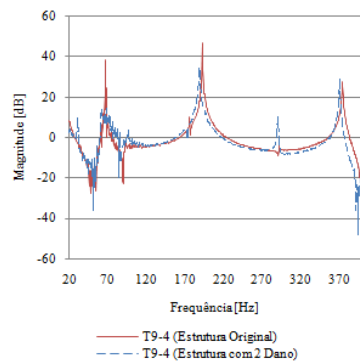


Figura P.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-4}

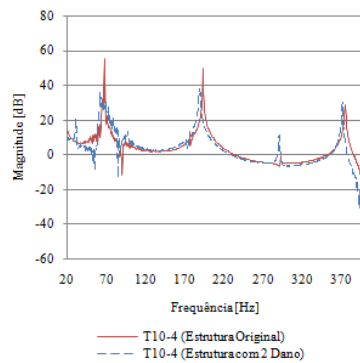


Figura P.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-4}

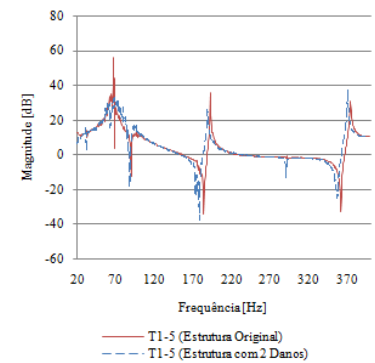


Figura P.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-5}

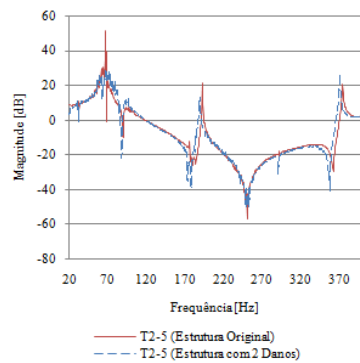


Figura P.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-5}

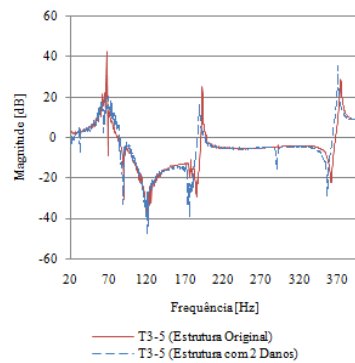


Figura P.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-5}

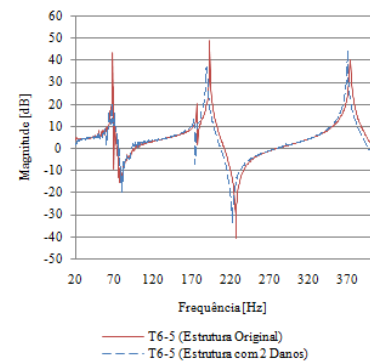


Figura P.12 – Função de Transmissibilidade T_{6-5}

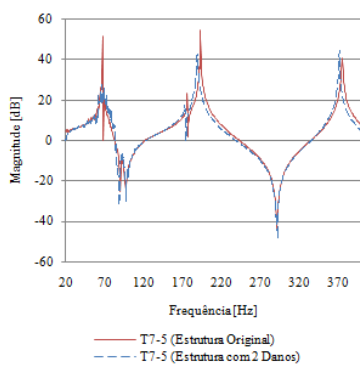


Figura P.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-5}

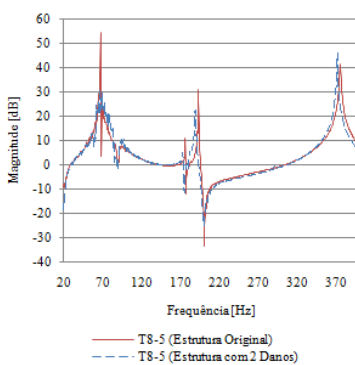


Figura P.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-5}

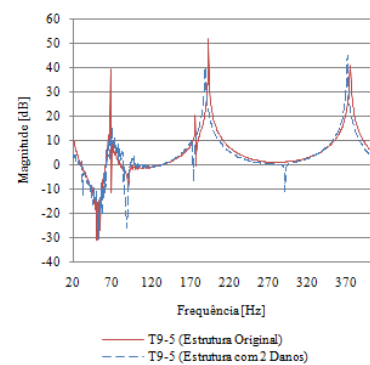


Figura P.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-5}

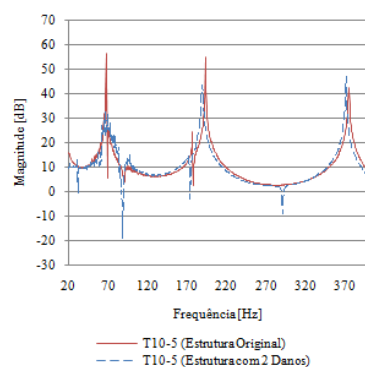


Figura P.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-5}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º5b

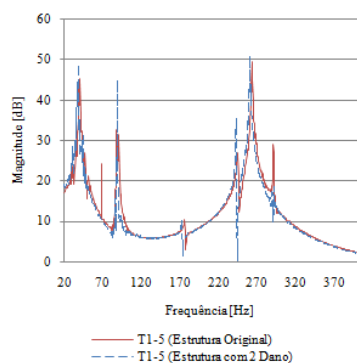


Figura Q.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-5}

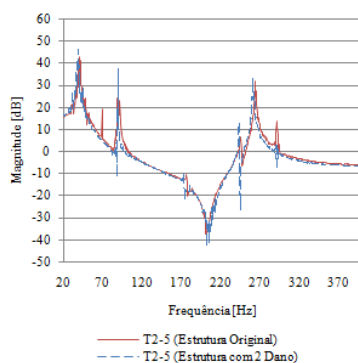


Figura Q.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-5}

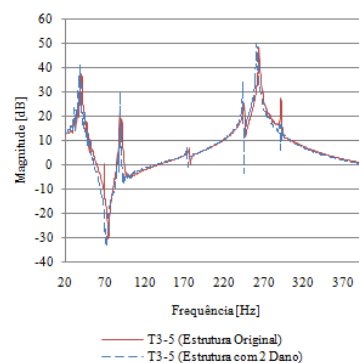


Figura Q.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-5}

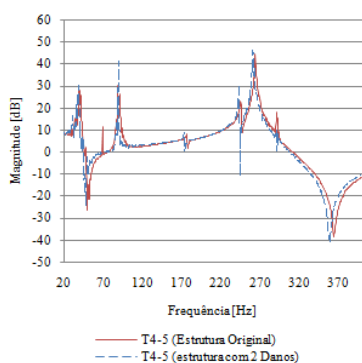


Figura Q.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-5}

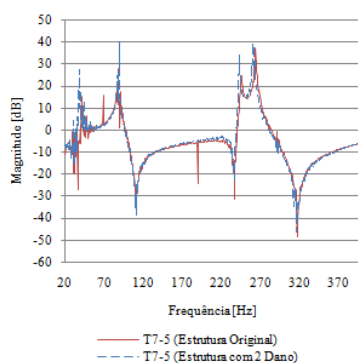


Figura Q.5 – Função de Transmissibilidade T_{7-5}

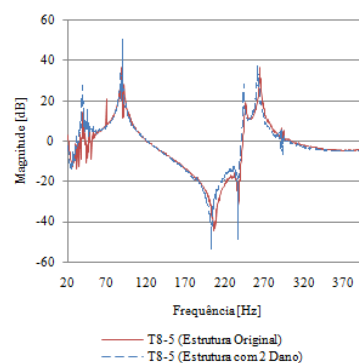


Figura Q.6 – Função de Transmissibilidade T_{8-5}

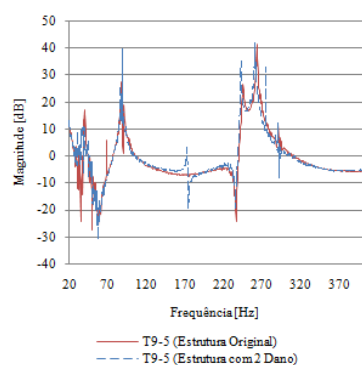


Figura Q.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-5}

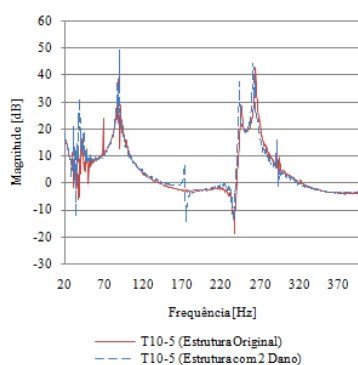


Figura Q.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-5}

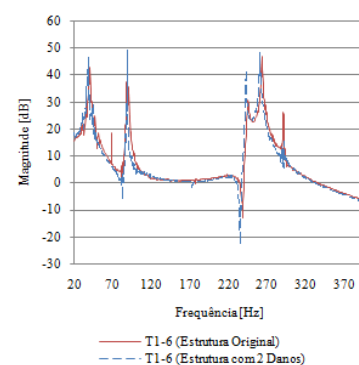


Figura Q.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-6}

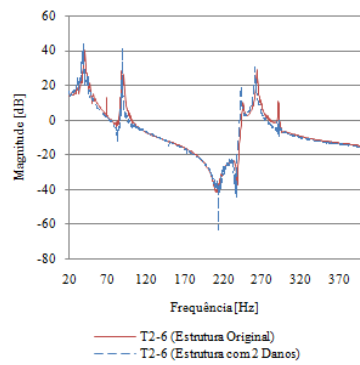


Figura Q.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-6}

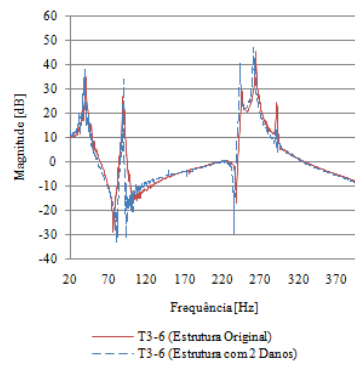


Figura Q.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-6}

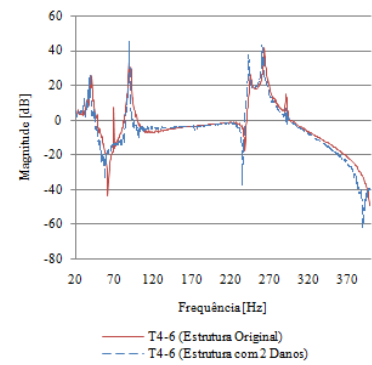


Figura Q.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-6}

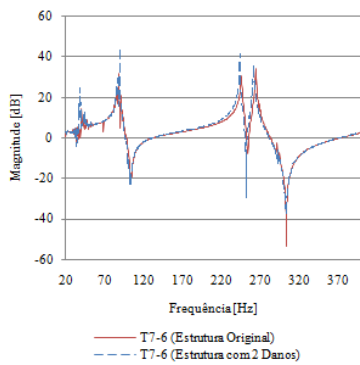


Figura Q.13 – Função de Transmissibilidade T_{7-6}

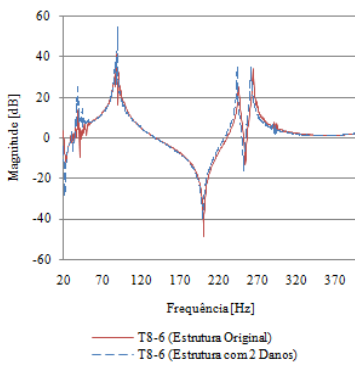


Figura Q.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-6}

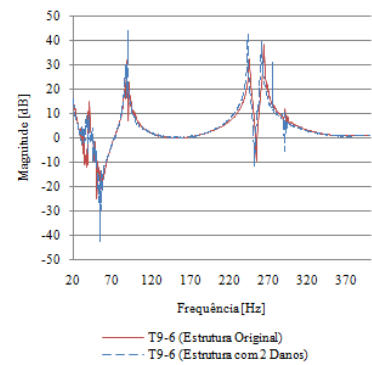


Figura Q.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-6}

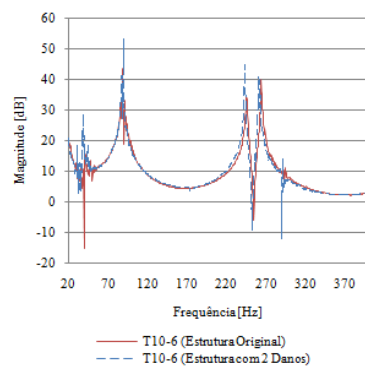


Figura Q.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-6}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º6b

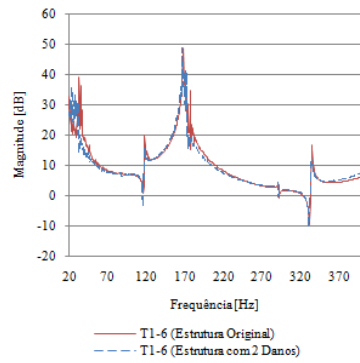


Figura R.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-6}

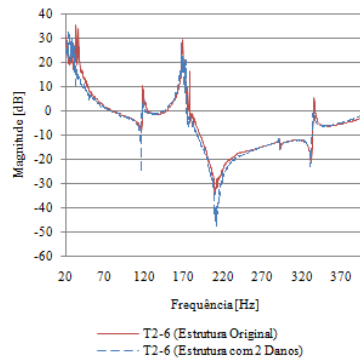


Figura R.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-6}

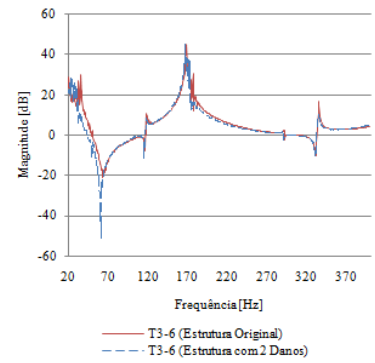


Figura R.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-6}

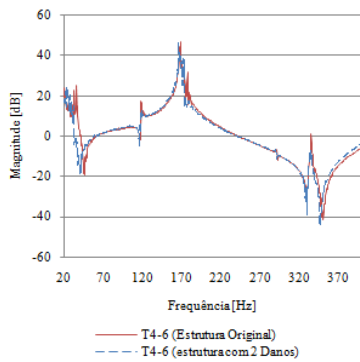


Figura R.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{4-6}

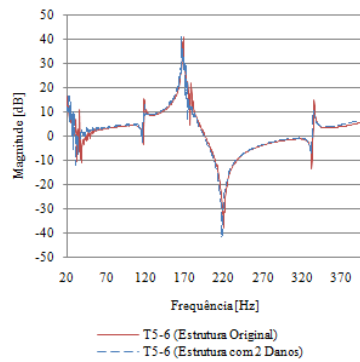


Figura R.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-6}

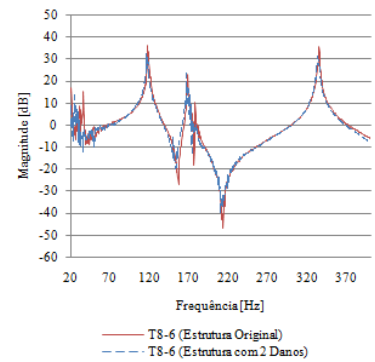


Figura R.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{8-6}

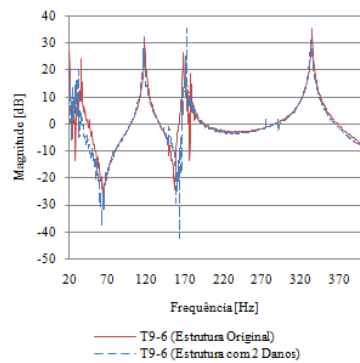


Figura R.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-6}

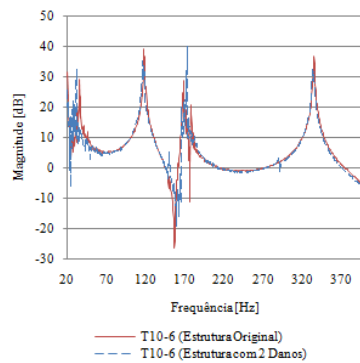


Figura R.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-6}

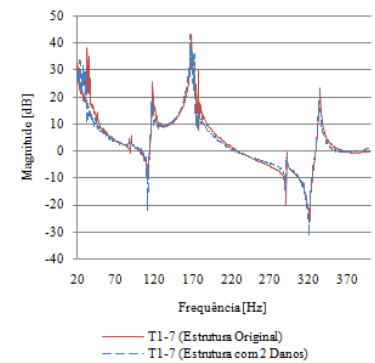


Figura R.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-7}

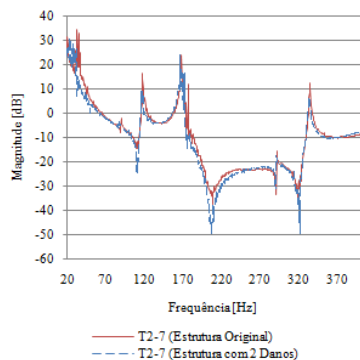


Figura R.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

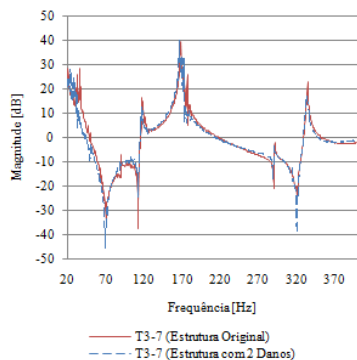


Figura R.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

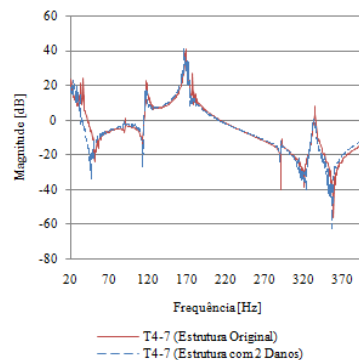


Figura R.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-7}

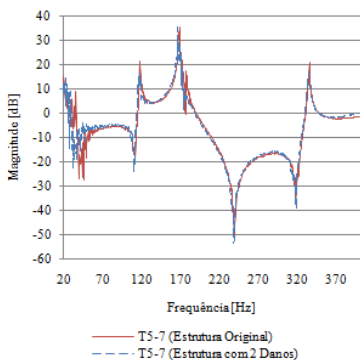


Figura R.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-7}

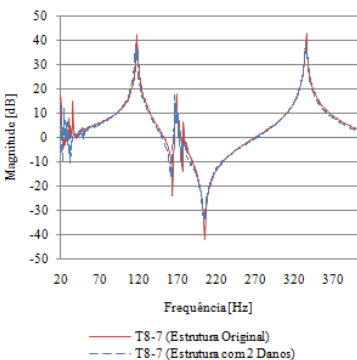


Figura R.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-7}

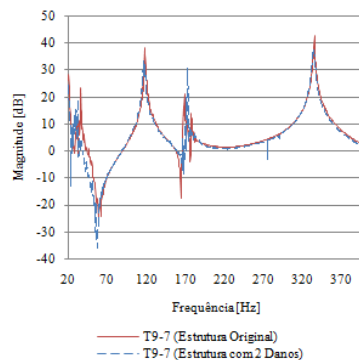


Figura R.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

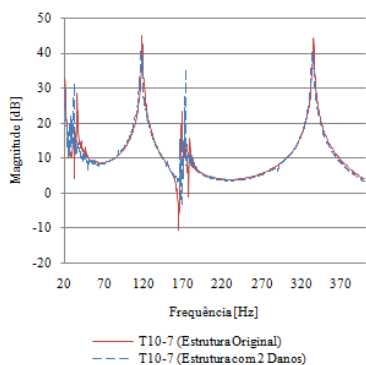


Figura R.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º7b

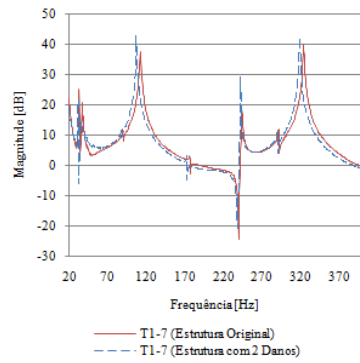


Figura S.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-7}

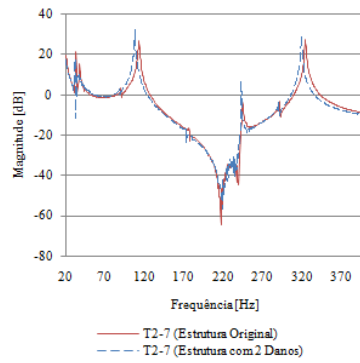


Figura S.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

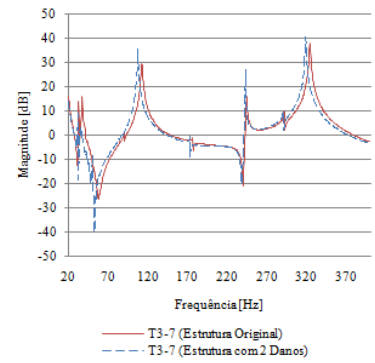


Figura S.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

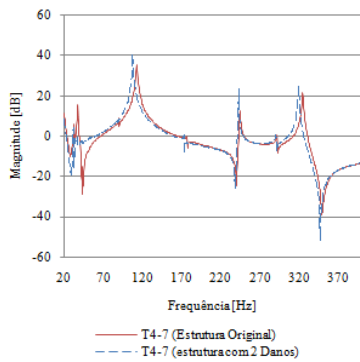


Figura S.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-7}

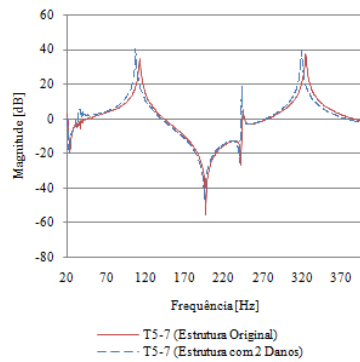


Figura S.5 – Função de Transmissibilidade T_{5-7}

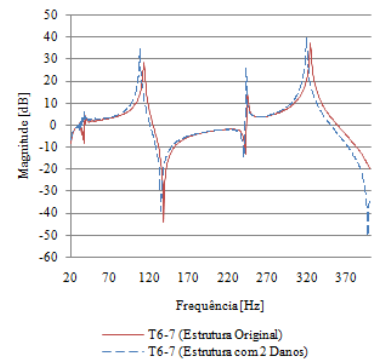


Figura S.6 – Função de Transmissibilidade T_{6-7}

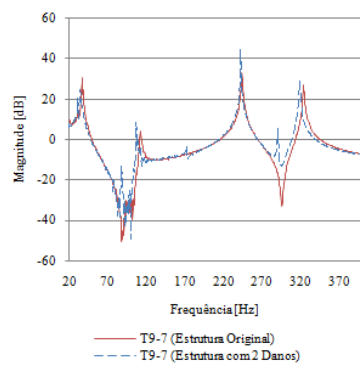


Figura S.7 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

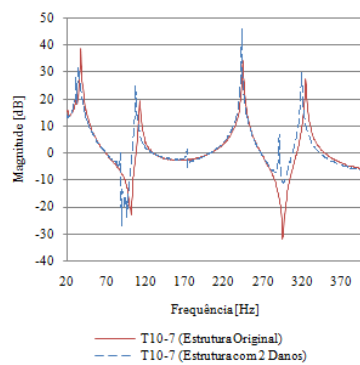


Figura S.8 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

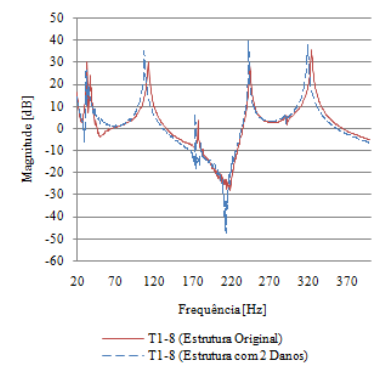


Figura S.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-8}

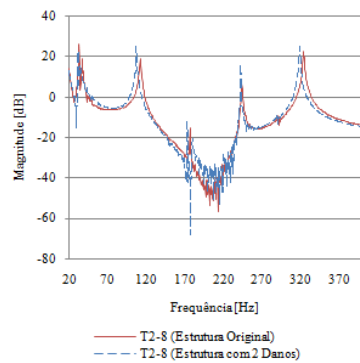


Figura S.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-8}

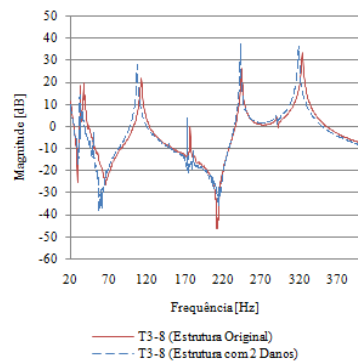


Figura S.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-8}

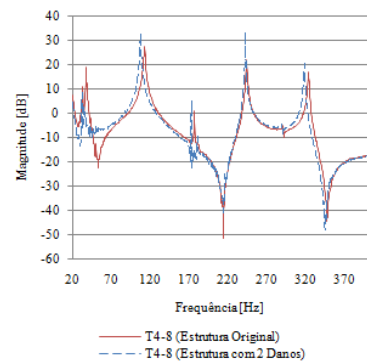


Figura S.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-8}

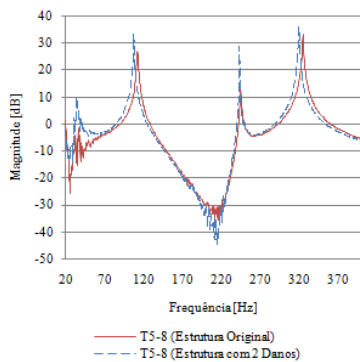


Figura S.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-8}

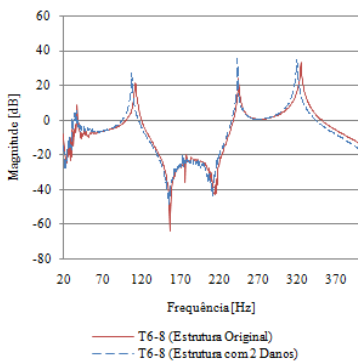


Figura S.14 – Função de Transmissibilidade T_{6-8}

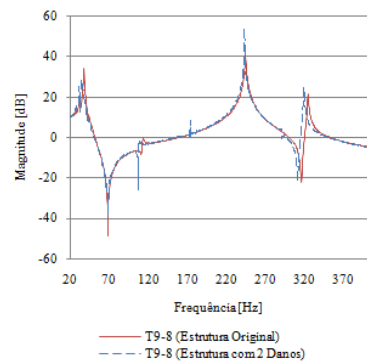


Figura S.15 – Função de Transmissibilidade T_{9-8}

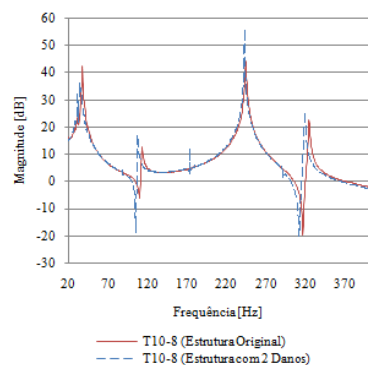


Figura S.16 – Função de Transmissibilidade T_{10-8}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º8b

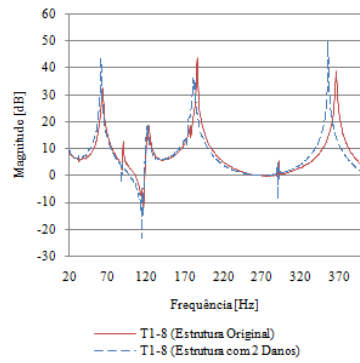


Figura T.1 – Função de Transmissibilidade
T₁₋₈

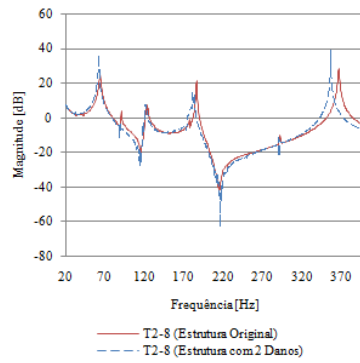


Figura T.2 – Função de Transmissibilidade
T₂₋₈

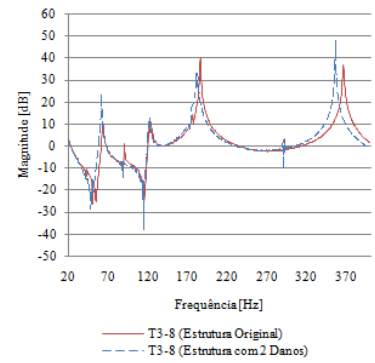


Figura T.3 – Função de Transmissibilidade
T₃₋₈

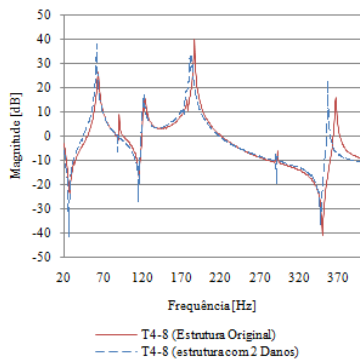


Figura T.4 – Função de Transmissibilidade
T₄₋₈

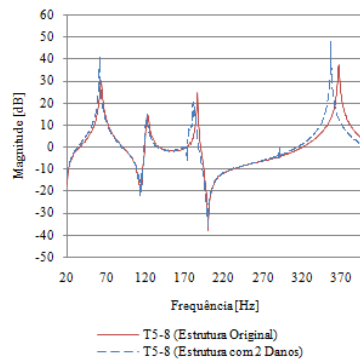


Figura T.5 – Função de Transmissibilidade
T₅₋₈

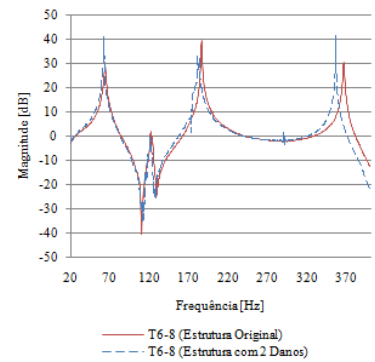


Figura T.6 – Função de Transmissibilidade
T₆₋₈

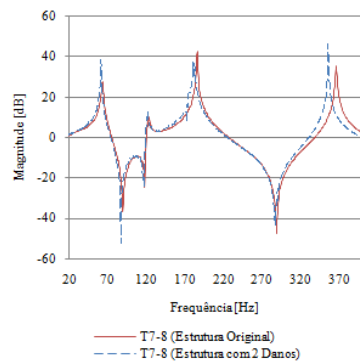


Figura T.7 – Função de Transmissibilidade
T₇₋₈

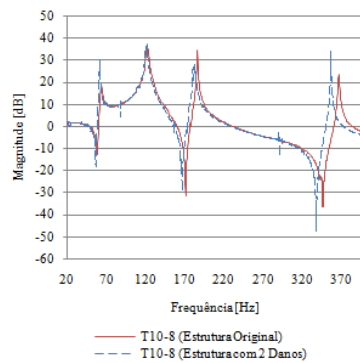


Figura T.8 – Função de Transmissibilidade
T₁₀₋₈

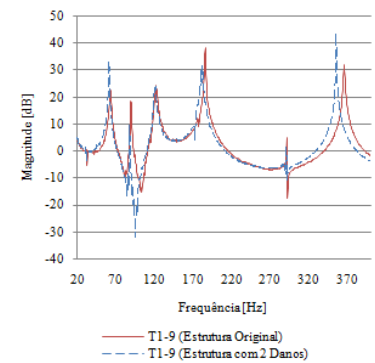


Figura T.9 – Função de Transmissibilidade
T₁₋₉

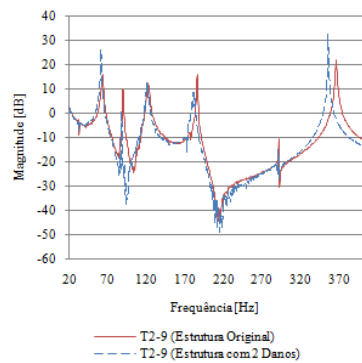


Figura T.10 – Função de Transmissibilidade $T_{2,9}$

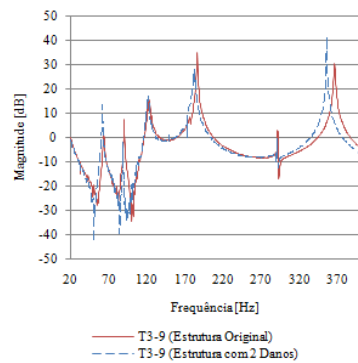


Figura T.11 – Função de Transmissibilidade $T_{3,9}$

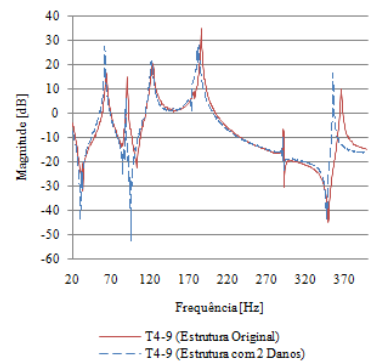


Figura T.12 – Função de Transmissibilidade $T_{4,9}$

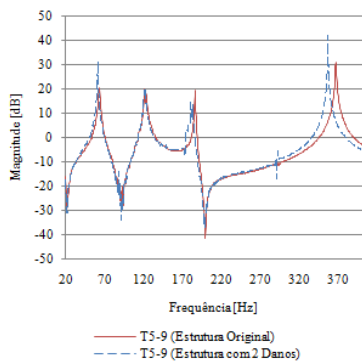


Figura T.13 – Função de Transmissibilidade $T_{5,9}$

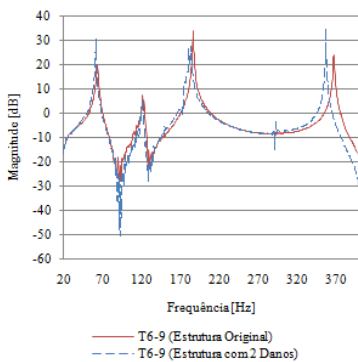


Figura T.14 – Função de Transmissibilidade $T_{6,9}$

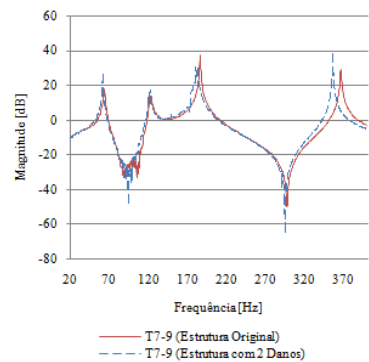


Figura T.15 – Função de Transmissibilidade $T_{7,9}$

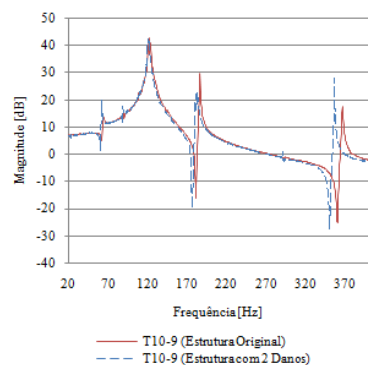


Figura T.16 – Função de Transmissibilidade $T_{10,9}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º9b

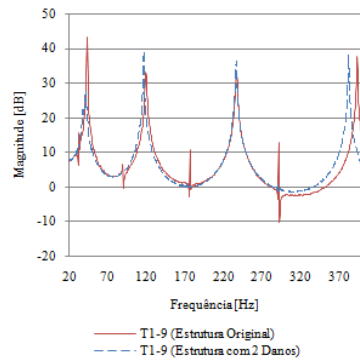


Figura U.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-9}

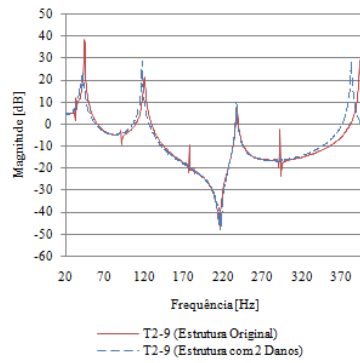


Figura U.2 – Função de Transmissibilidade T_{2-9}

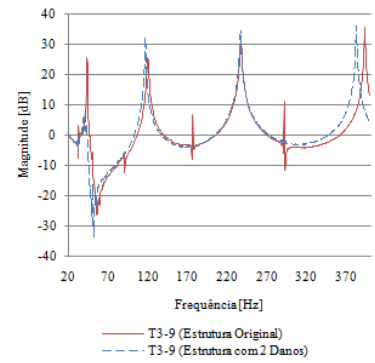


Figura U.3 – Função de Transmissibilidade T_{3-9}

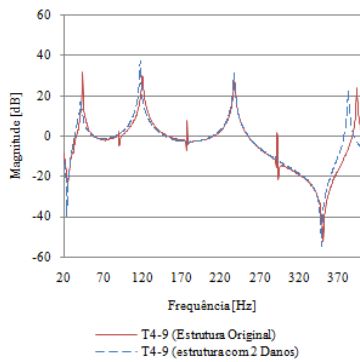


Figura U.4 – Função de Transmissibilidade T_{4-9}

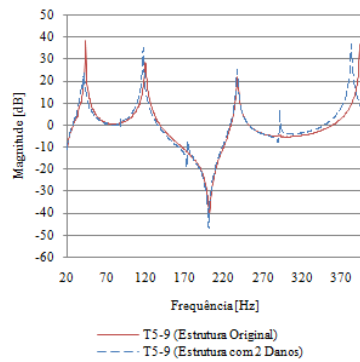


Figura U.5 – Função de Transmissibilidade T_{5-9}

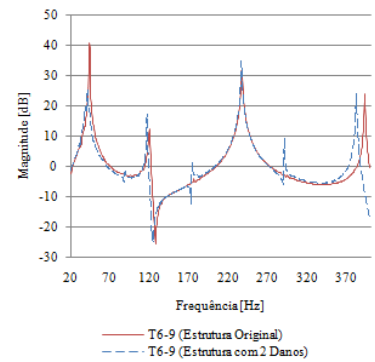


Figura U.6 – Função de Transmissibilidade T_{6-9}

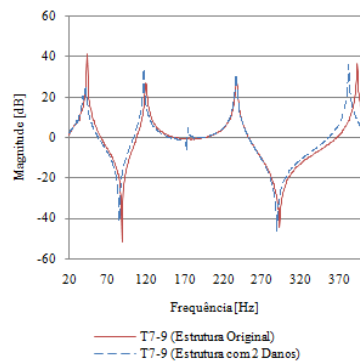


Figura U.7 – Função de Transmissibilidade T_{7-9}

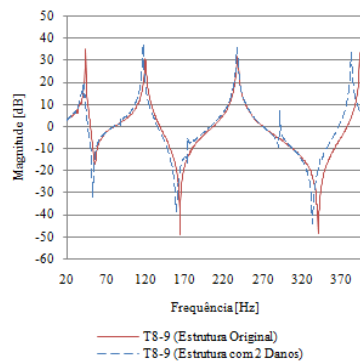


Figura U.8 – Função de Transmissibilidade T_{8-9}

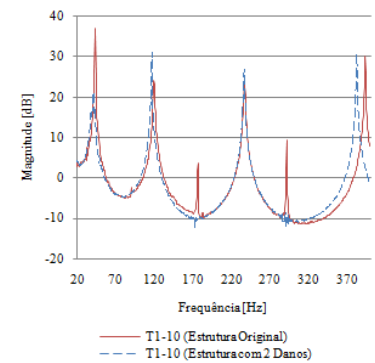


Figura U.9 – Função de Transmissibilidade T_{1-10}

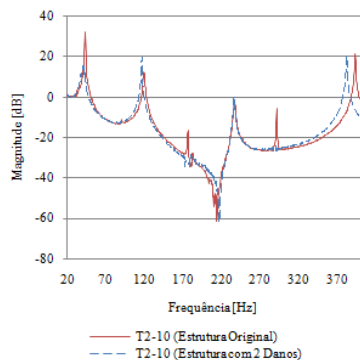


Figura U.10 – Função de Transmissibilidade T_{2-10}

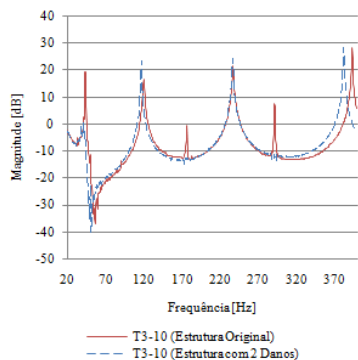


Figura U.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-10}

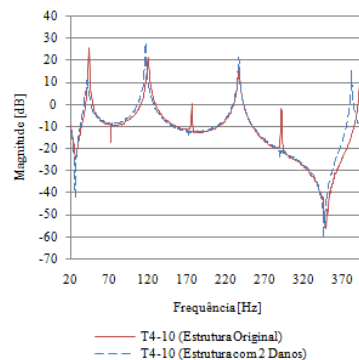


Figura U.12 – Função de Transmissibilidade T_{4-10}

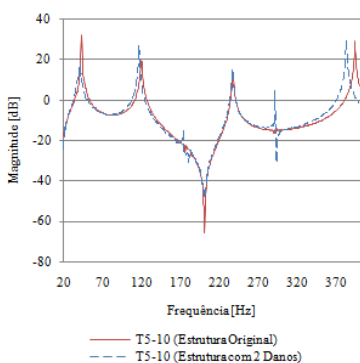


Figura U.13 – Função de Transmissibilidade T_{5-10}

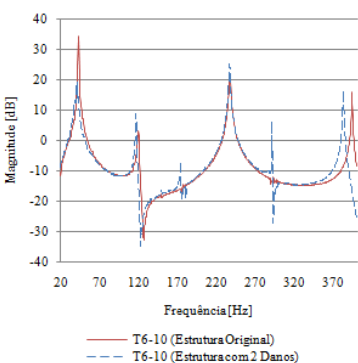


Figura U.14 – Função de Transmissibilidade T_{6-10}

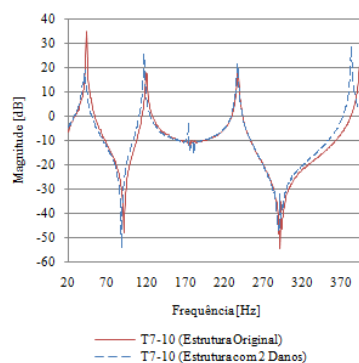


Figura U.15 – Função de Transmissibilidade T_{7-10}

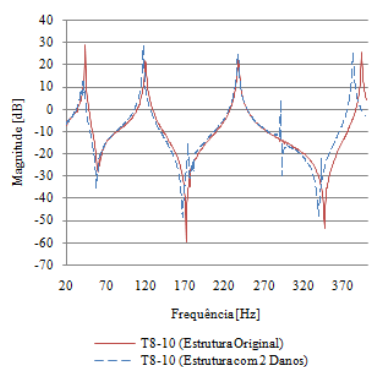


Figura U.16 – Função de Transmissibilidade T_{8-10}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º10b

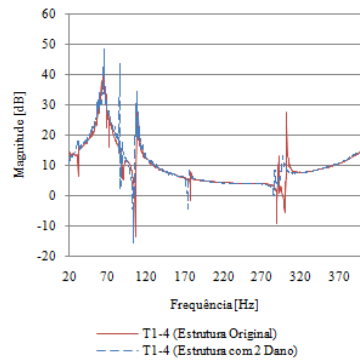


Figura V.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-4}

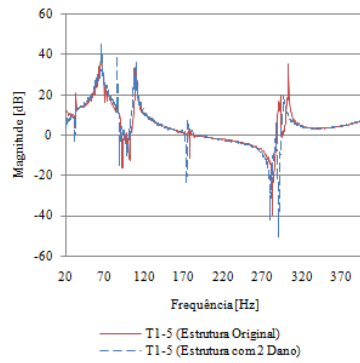


Figura V.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-5}

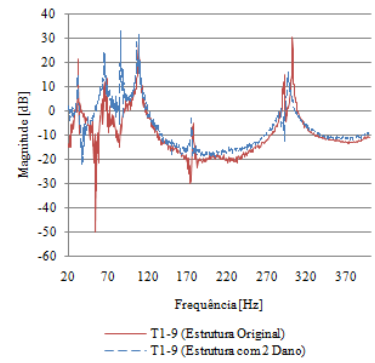


Figura V.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-9}

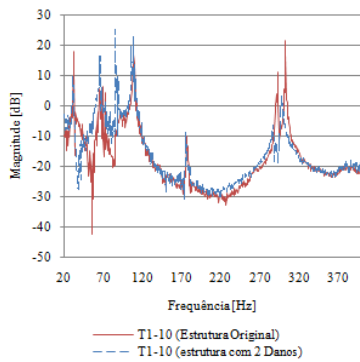


Figura V.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-10}

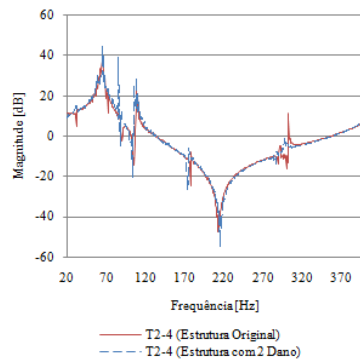


Figura V.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-4}

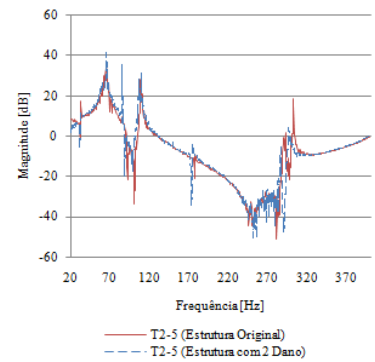


Figura V.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-5}

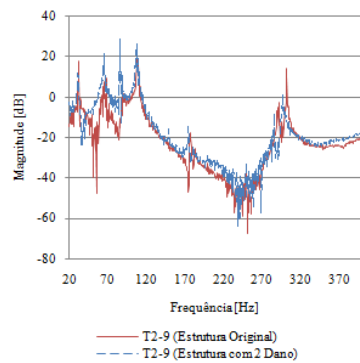


Figura V.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-9}

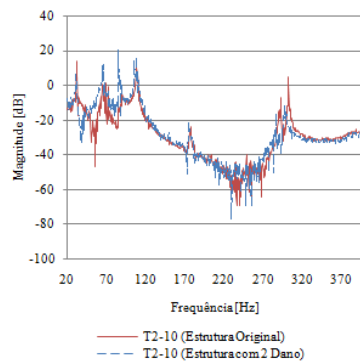


Figura V.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-10}

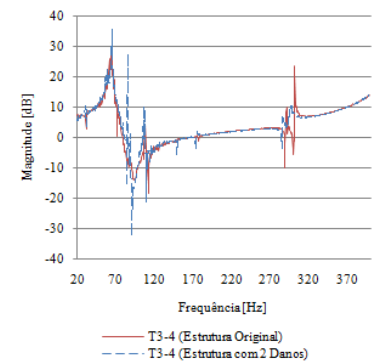


Figura V.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-4}

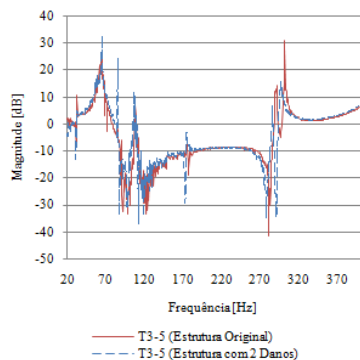


Figura V.10 – Função de Transmissibilidade $T_{3.5}$

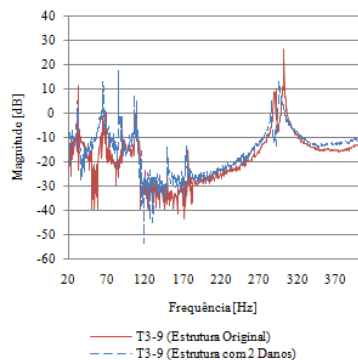


Figura V.11 – Função de Transmissibilidade $T_{3.9}$

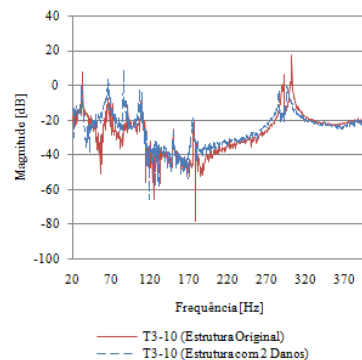


Figura V.12 – Função de Transmissibilidade $T_{3.10}$

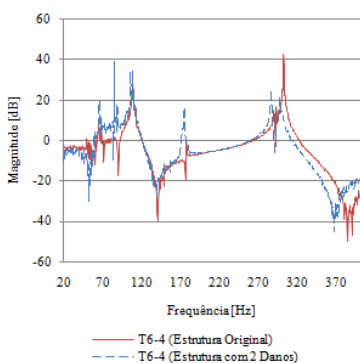


Figura V.13 – Função de Transmissibilidade $T_{6.4}$

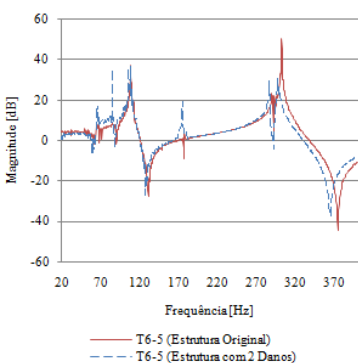


Figura V.14 – Função de Transmissibilidade $T_{6.5}$

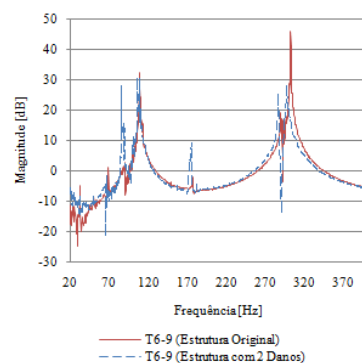


Figura V.15 – Função de Transmissibilidade $T_{6.9}$

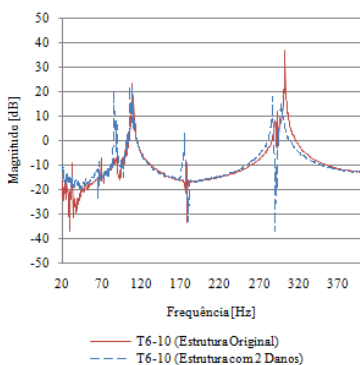


Figura V.16 – Função de Transmissibilidade $T_{6.10}$

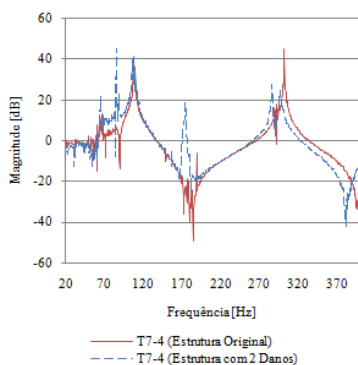


Figura V.17 – Função de Transmissibilidade $T_{7.4}$

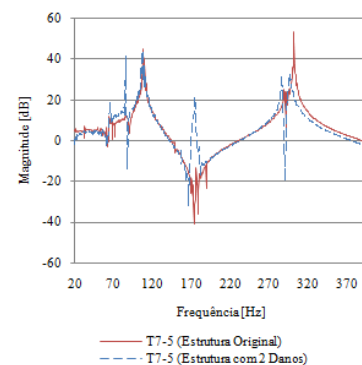


Figura V.18 – Função de Transmissibilidade $T_{7.5}$

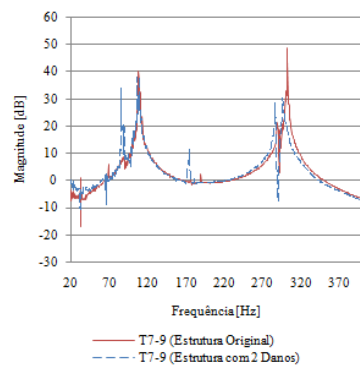


Figura V.19 – Função de Transmissibilidade $T_{7,9}$

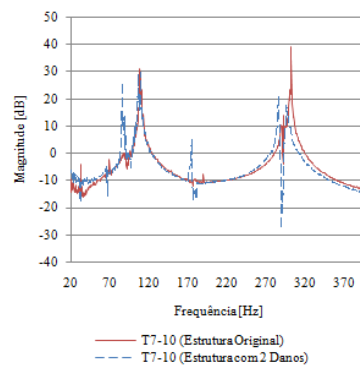


Figura V.20 – Função de Transmissibilidade $T_{7,10}$

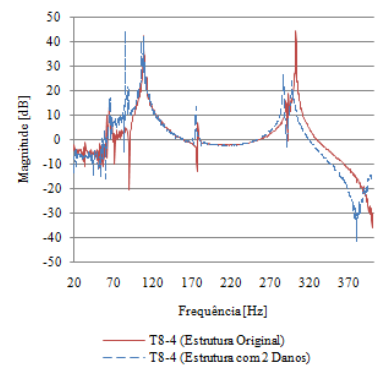


Figura V.21 – Função de Transmissibilidade $T_{8,4}$

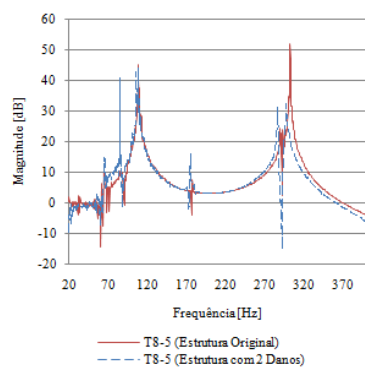


Figura V.22 – Função de Transmissibilidade $T_{8,5}$

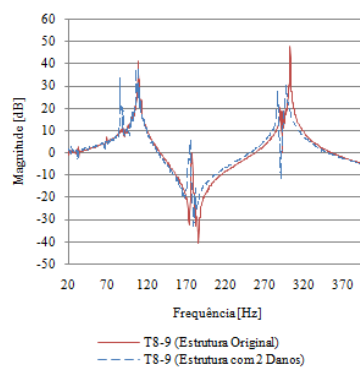


Figura V.23 – Função de Transmissibilidade $T_{8,9}$

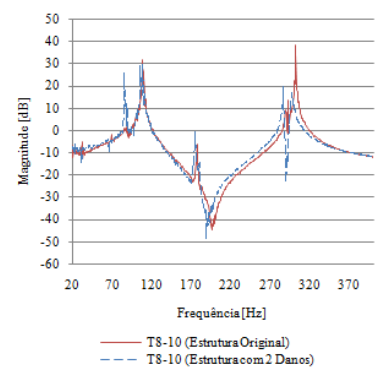


Figura V.24 – Função de Transmissibilidade $T_{8,10}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º11b

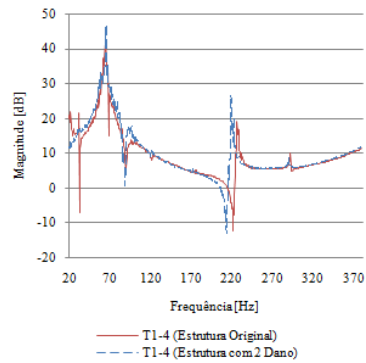


Figura W.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-4}

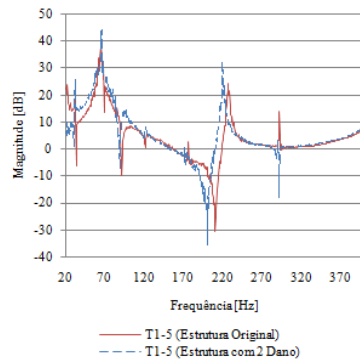


Figura W.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-5}

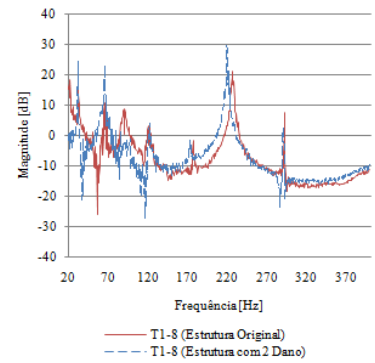


Figura W.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-8}

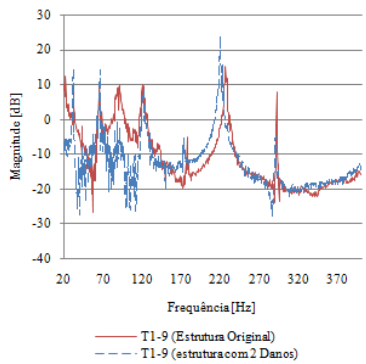


Figura W.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-9}

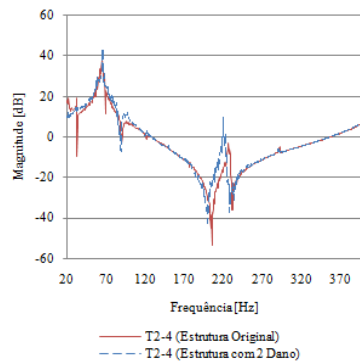


Figura W.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-4}

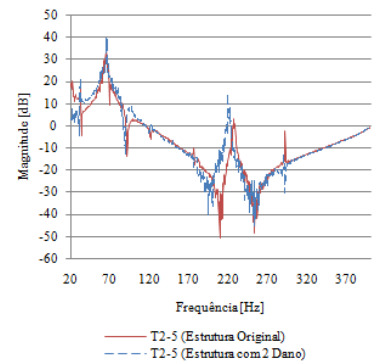


Figura W.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-5}

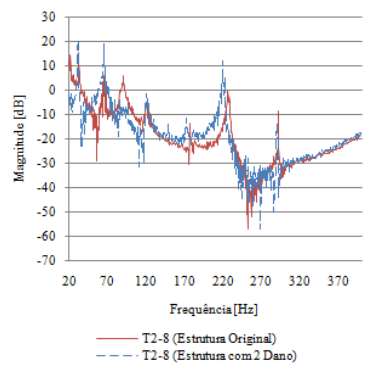


Figura W.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-8}

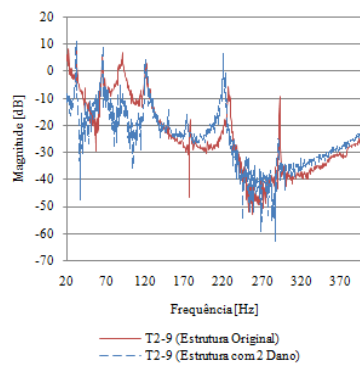


Figura W.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-9}

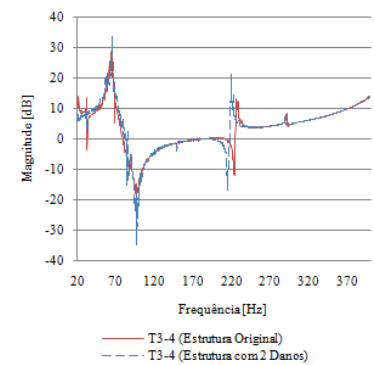


Figura W.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-4}

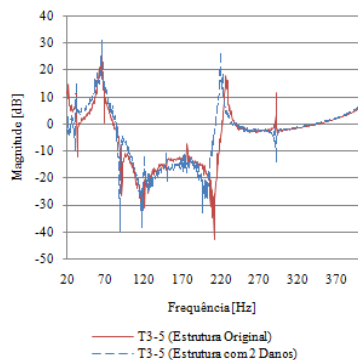


Figura W.10 – Função de Transmissibilidade T_{3.5}

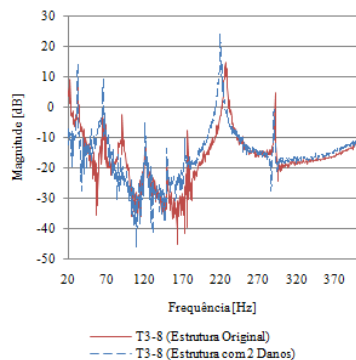


Figura W.11 – Função de Transmissibilidade T_{3.7}

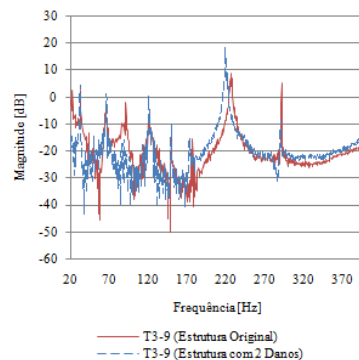


Figura W.12 – Função de Transmissibilidade T_{3.9}

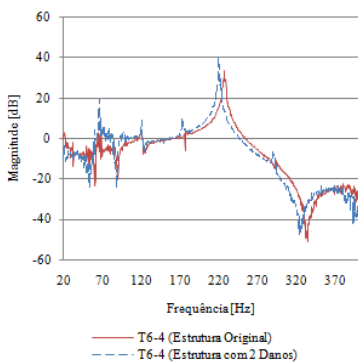


Figura W.13 – Função de Transmissibilidade T_{6.4}

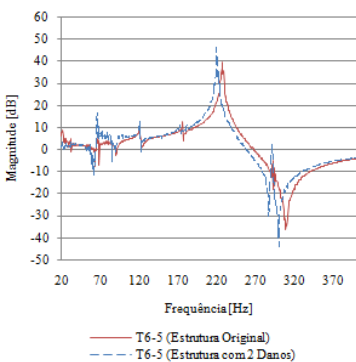


Figura W.14 – Função de Transmissibilidade T_{6.5}

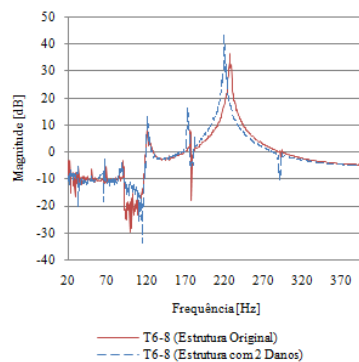


Figura W.15 – Função de Transmissibilidade T_{6.8}

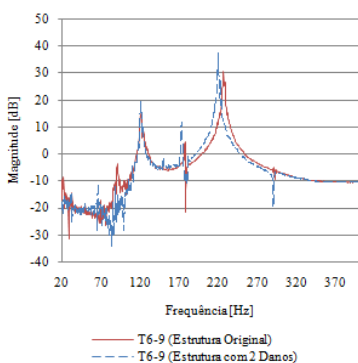


Figura W.16 – Função de Transmissibilidade T_{6.9}

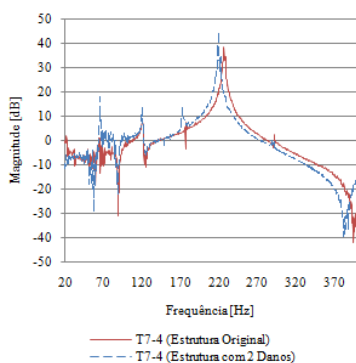


Figura W.17 – Função de Transmissibilidade T_{7.4}

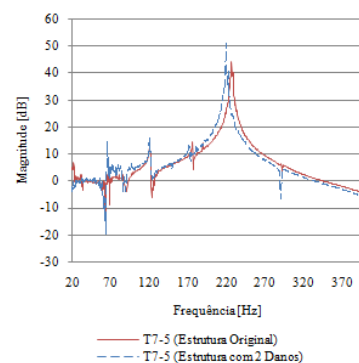


Figura W.18 – Função de Transmissibilidade T_{7.5}

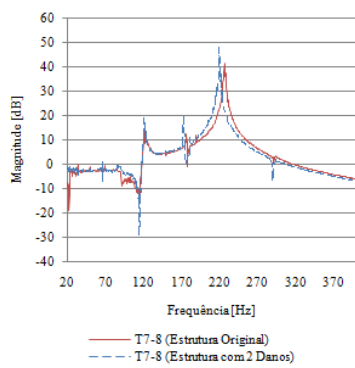


Figura W.19 – Função de Transmissibilidade T_{7-8}

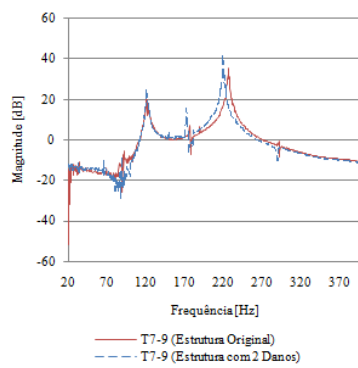


Figura W.20 – Função de Transmissibilidade T_{7-9}

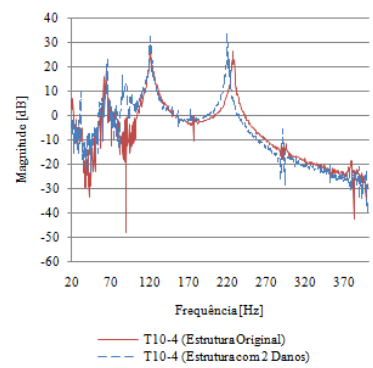


Figura W.21 – Função de Transmissibilidade T_{10-4}

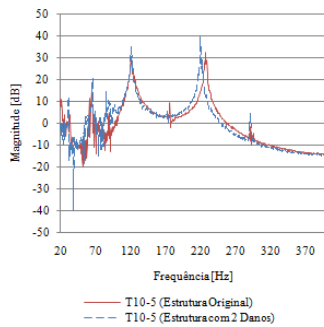


Figura W.22 – Função de Transmissibilidade T_{10-5}

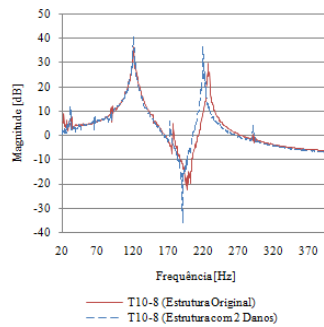


Figura W.23 – Função de Transmissibilidade T_{10-8}

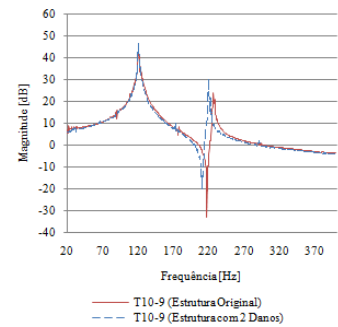


Figura W.24 – Função de Transmissibilidade T_{10-9}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º12b

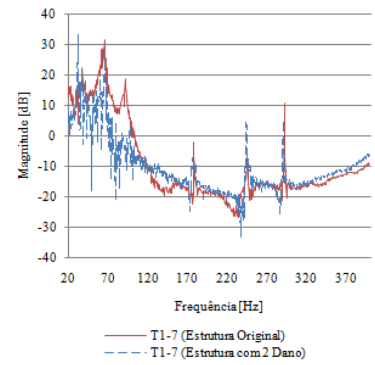
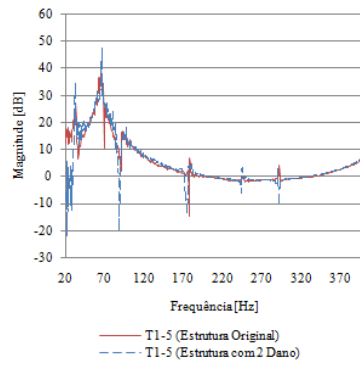
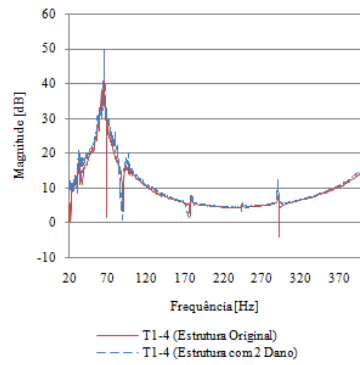


Figura X.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

Figura X.2 – Função de Transmissibilidade T_{1-5}

Figura X.3 – Função de Transmissibilidade T_{1-7}

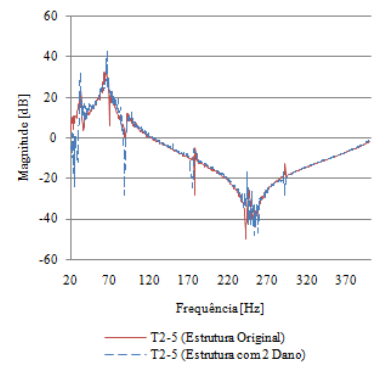
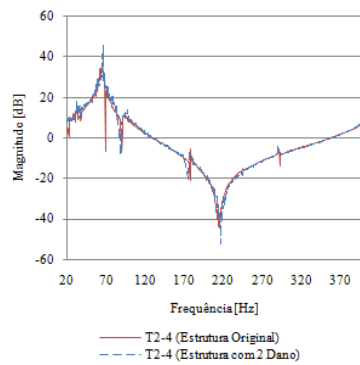
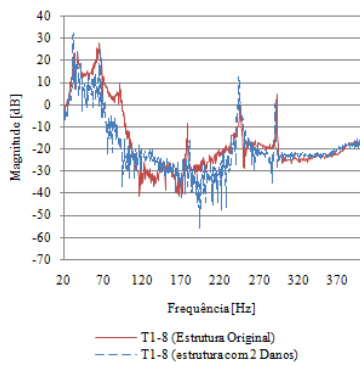


Figura X.4 – Função de Transmissibilidade T_{1-8}

Figura X.5 – Função de Transmissibilidade T_{2-4}

Figura X.6 – Função de Transmissibilidade T_{2-5}

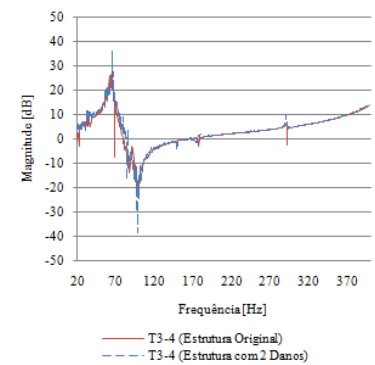
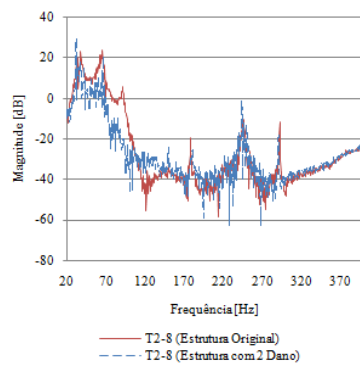
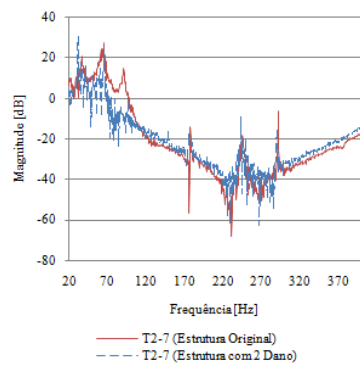


Figura X.7 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

Figura X.8 – Função de Transmissibilidade T_{2-8}

Figura X.9 – Função de Transmissibilidade T_{3-4}

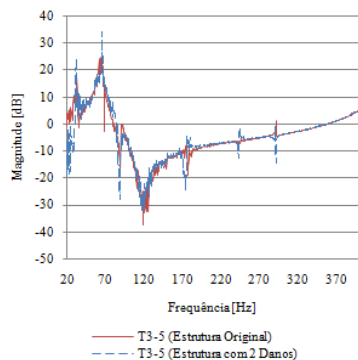


Figura X.10 – Função de Transmissibilidade T_{3-5}

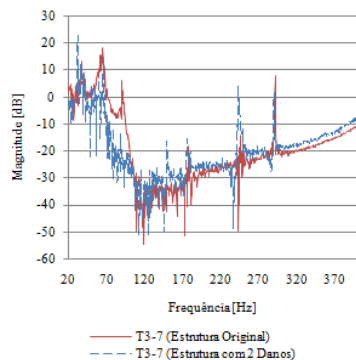


Figura X.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

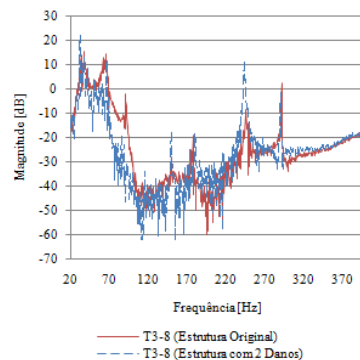


Figura X.12 – Função de Transmissibilidade T_{3-8}

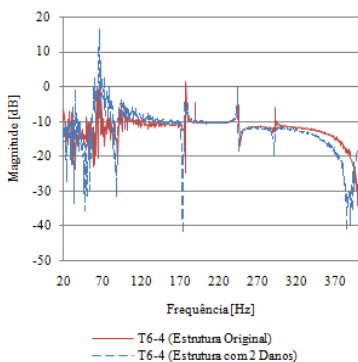


Figura X.13 – Função de Transmissibilidade T_{6-4}

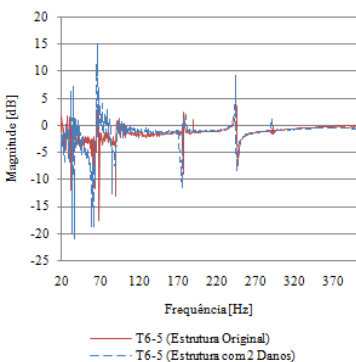


Figura X.14 – Função de Transmissibilidade T_{6-5}

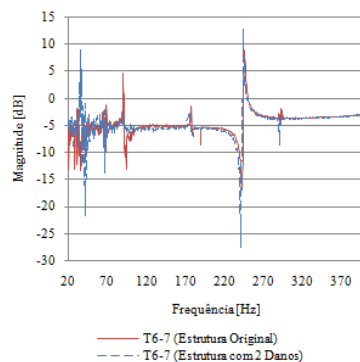


Figura X.15 – Função de Transmissibilidade T_{6-7}

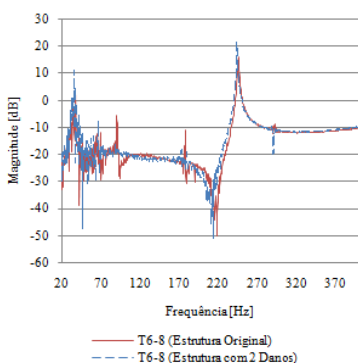


Figura X.16 – Função de Transmissibilidade T_{6-8}

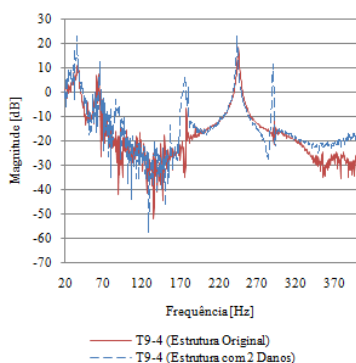


Figura X.17 – Função de Transmissibilidade T_{9-4}

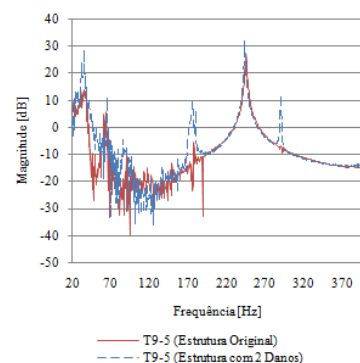


Figura X.18 – Função de Transmissibilidade T_{9-5}

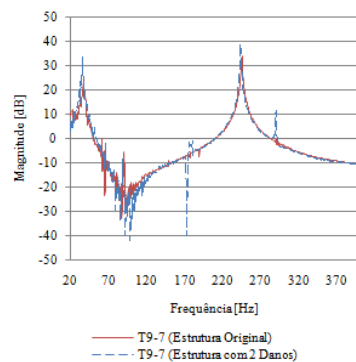


Figura X.19 – Função de Transmissibilidade T_{9-7}

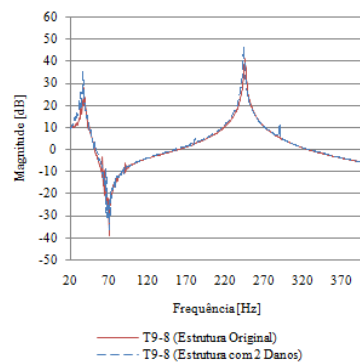


Figura X.20 – Função de Transmissibilidade T_{9-8}

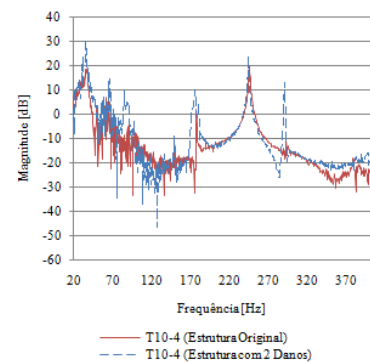


Figura X.21 – Função de Transmissibilidade T_{10-4}

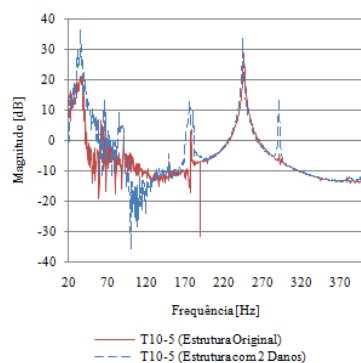


Figura X.22 – Função de Transmissibilidade T_{10-5}

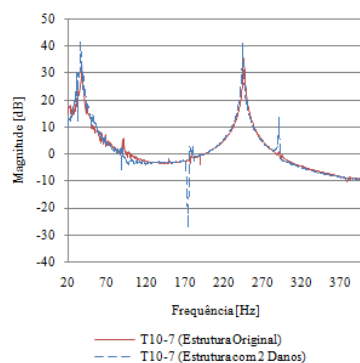


Figura X.23 – Função de Transmissibilidade T_{10-7}

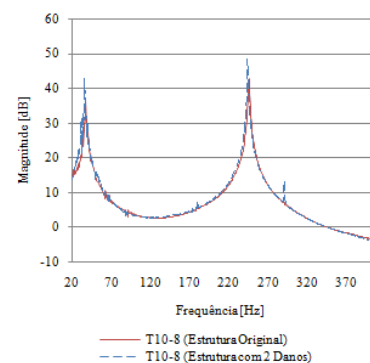


Figura X.24 – Função de Transmissibilidade T_{10-8}

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º13b

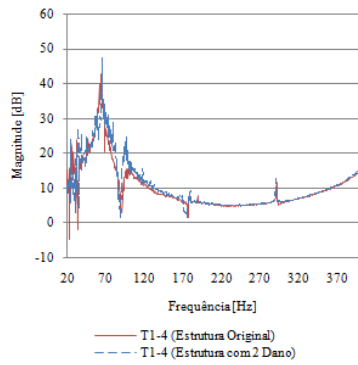


Figura Y.1 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-4}

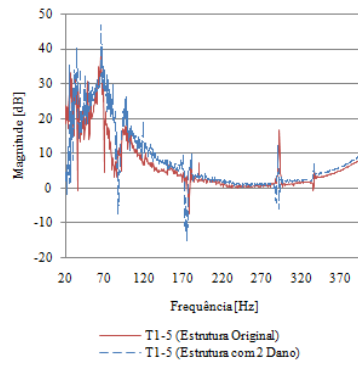


Figura Y.2 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-5}

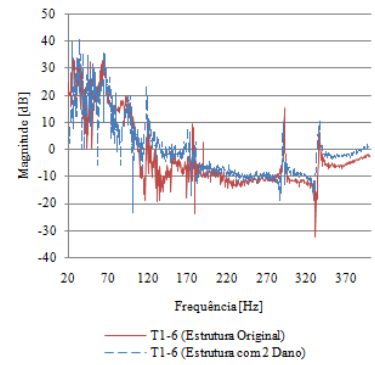


Figura Y.3 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-6}

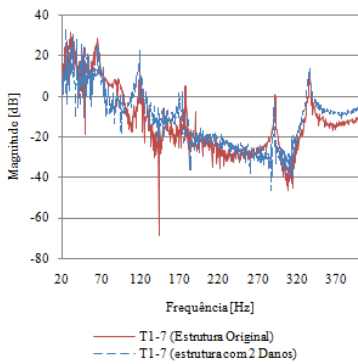


Figura Y.4 – Função de Transmissibilidade
 T_{1-7}

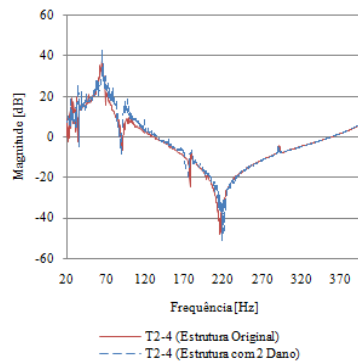


Figura Y.5 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-4}

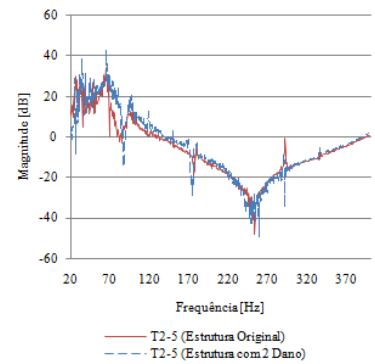


Figura Y.6 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-5}

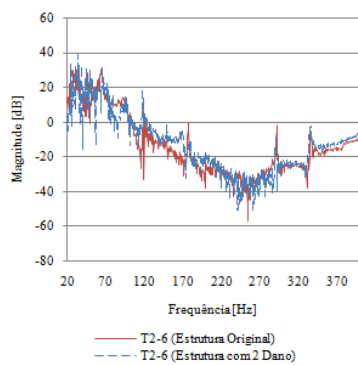


Figura Y.7 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-6}

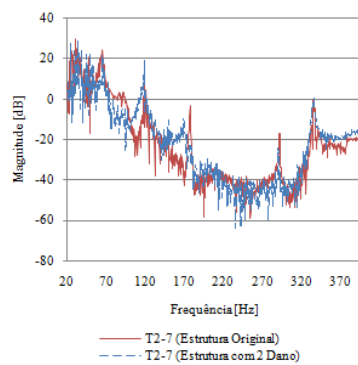


Figura Y.8 – Função de Transmissibilidade
 T_{2-7}

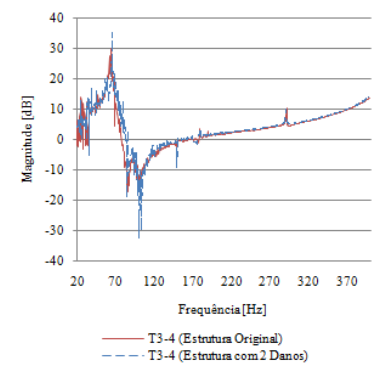


Figura Y.9 – Função de Transmissibilidade
 T_{3-4}

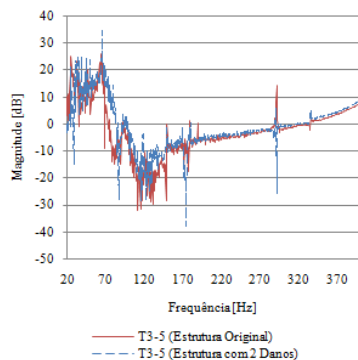


Figura Y.10 – Função de Transmissibilidade T_{3-5}

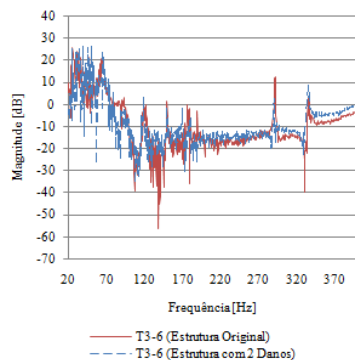


Figura Y.11 – Função de Transmissibilidade T_{3-6}

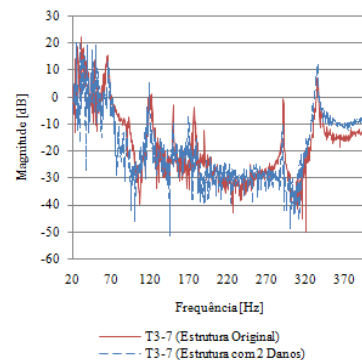


Figura Y.12 – Função de Transmissibilidade T_{3-7}

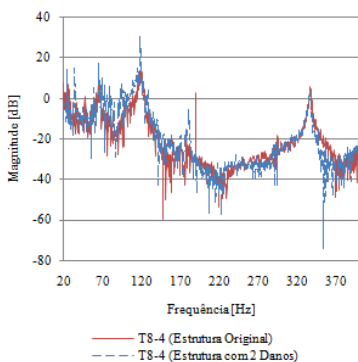


Figura Y.13 – Função de Transmissibilidade T_{8-4}

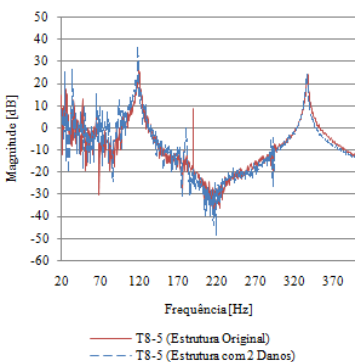


Figura Y.14 – Função de Transmissibilidade T_{8-5}

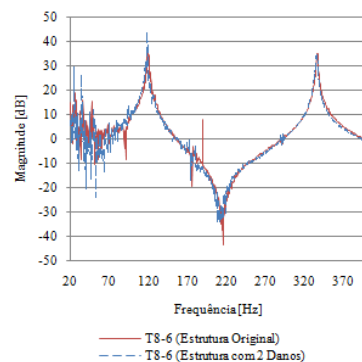


Figura Y.15 – Função de Transmissibilidade T_{8-6}

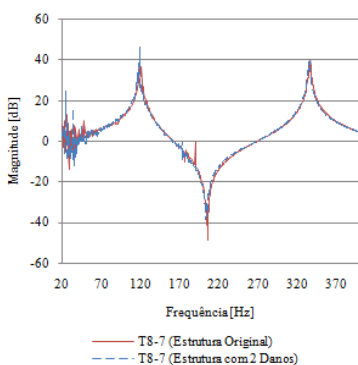


Figura Y.16 – Função de Transmissibilidade T_{8-7}

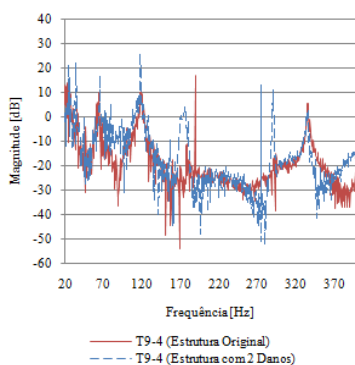


Figura Y.17 – Função de Transmissibilidade T_{9-4}

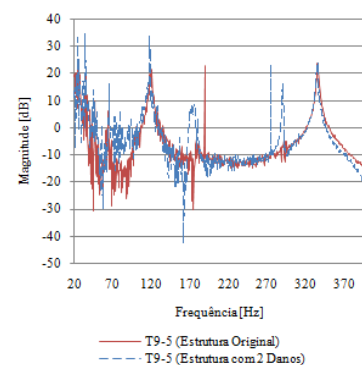


Figura Y.18 – Função de Transmissibilidade T_{9-5}

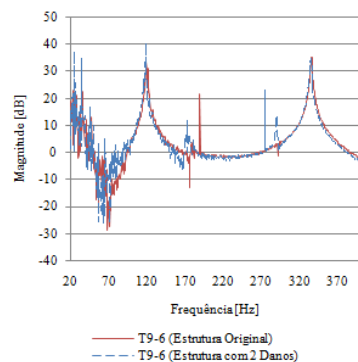


Figura Y.19 – Função de Transmissibilidade $T_{9,6}$

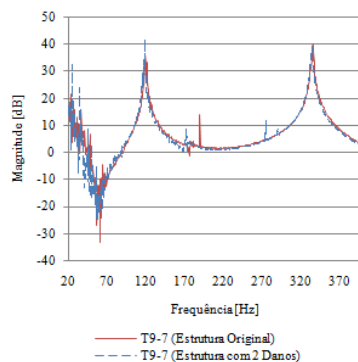


Figura Y.20 – Função de Transmissibilidade $T_{9,7}$

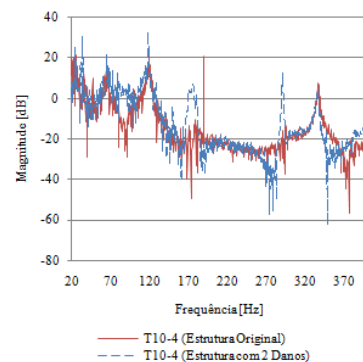


Figura Y.21 – Função de Transmissibilidade $T_{10,4}$

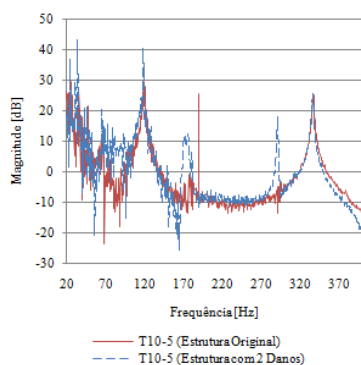


Figura Y.22 – Função de Transmissibilidade $T_{10,5}$

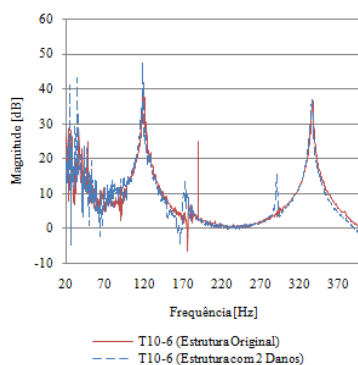


Figura Y.23 – Função de Transmissibilidade $T_{10,6}$

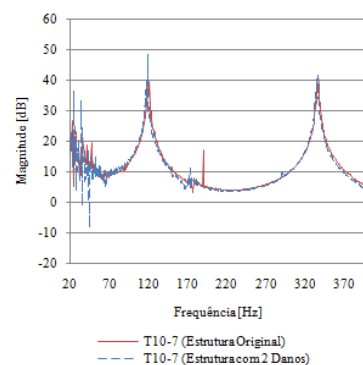


Figura Y.24 – Função de Transmissibilidade $T_{10,7}$

Gráficos das funções de transmissibilidade da estrutura com e sem dano do ensaio n.º14b

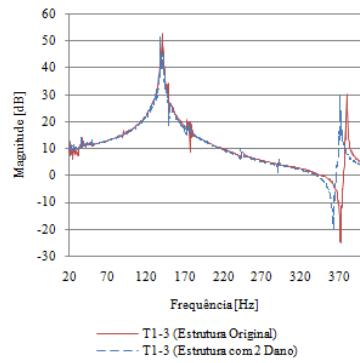


Figura Z.1 – Função de Transmissibilidade T_{1-3}

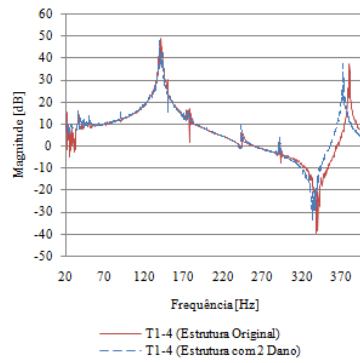


Figura Z.2 – Função de Transmissibilidade T_{1-4}

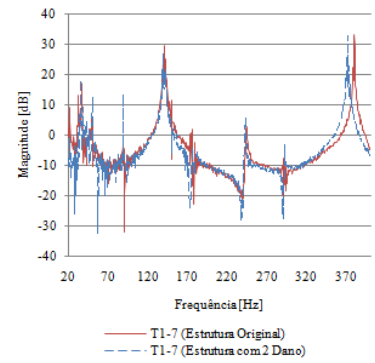


Figura Z.3 – Função de Transmissibilidade T_{1-7}

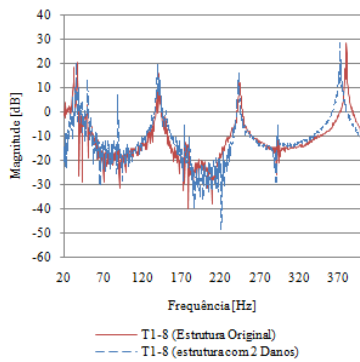


Figura Z.4 – Função de Transmissibilidade T_{1-8}

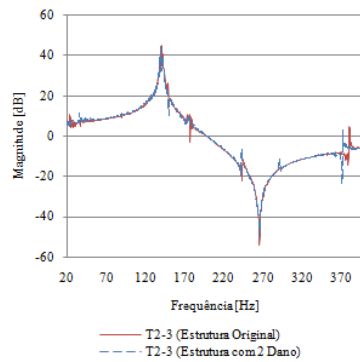


Figura Z.5 – Função de Transmissibilidade T_{2-3}

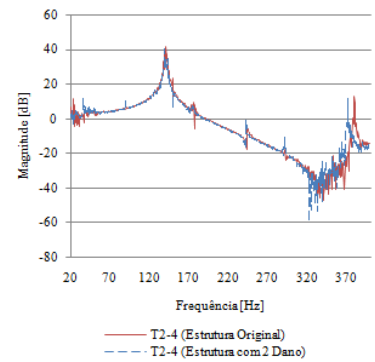


Figura Z.6 – Função de Transmissibilidade T_{2-4}

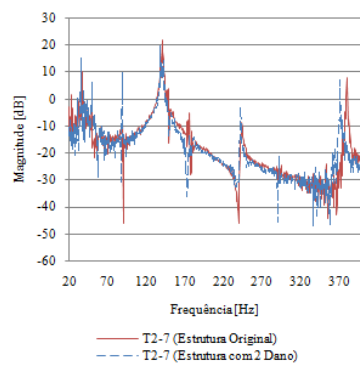


Figura Z.7 – Função de Transmissibilidade T_{2-7}

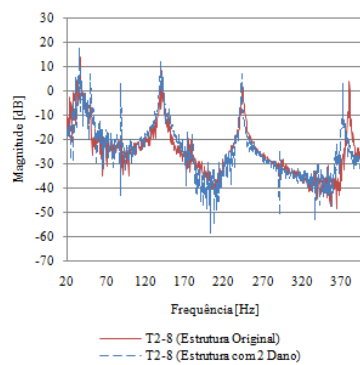


Figura Z.8 – Função de Transmissibilidade T_{2-8}

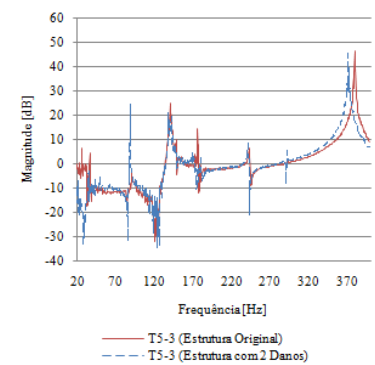


Figura Z.9 – Função de Transmissibilidade T_{5-3}

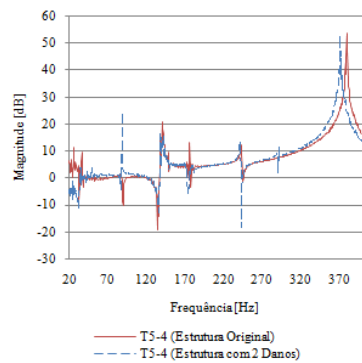


Figura Z.10 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-4}

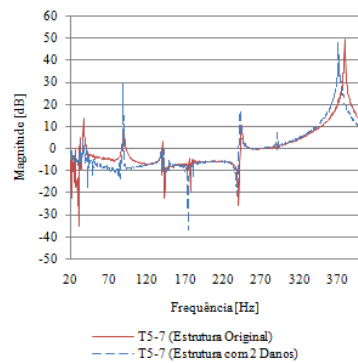


Figura Z.11 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-7}

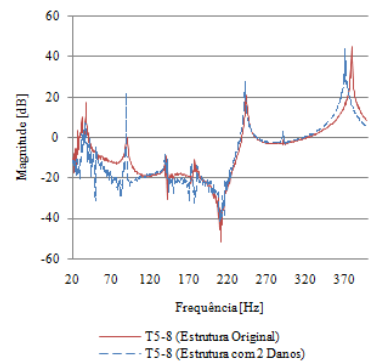


Figura Z.12 – Função de Transmissibilidade
 T_{5-8}

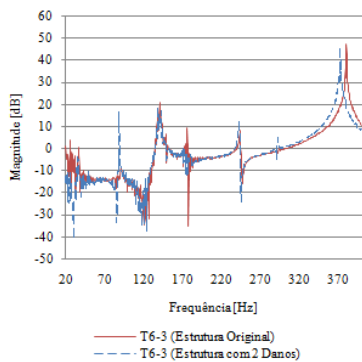


Figura Z.13 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-3}

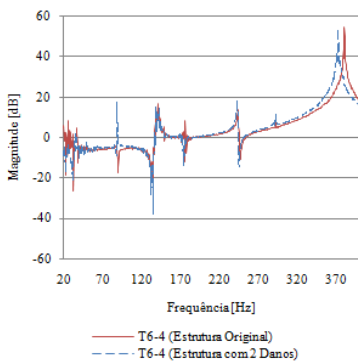


Figura Z.14 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-4}

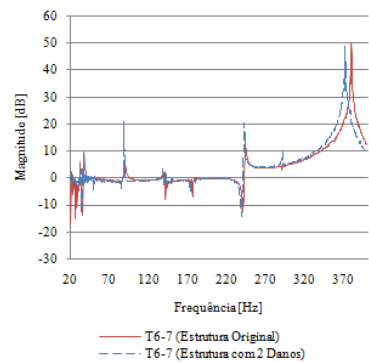


Figura Z.15 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-7}

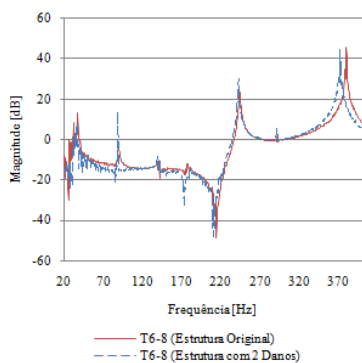


Figura Z.16 – Função de Transmissibilidade
 T_{6-8}

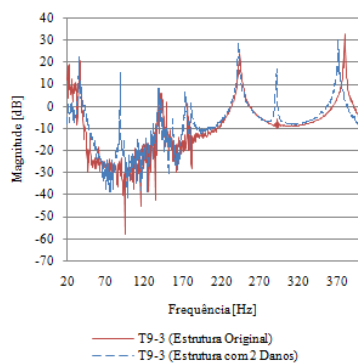


Figura Z.17 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-3}

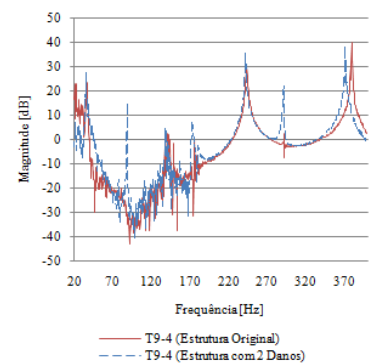


Figura Z.18 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-4}

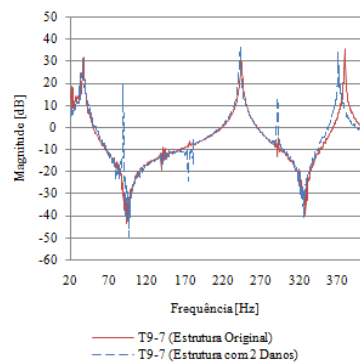


Figura Z.19 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-7}

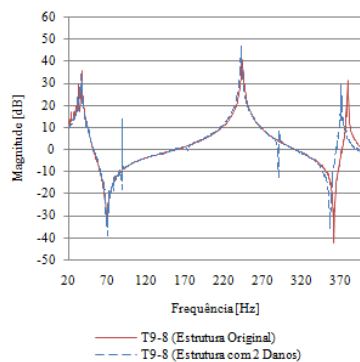


Figura Z.20 – Função de Transmissibilidade
 T_{9-8}

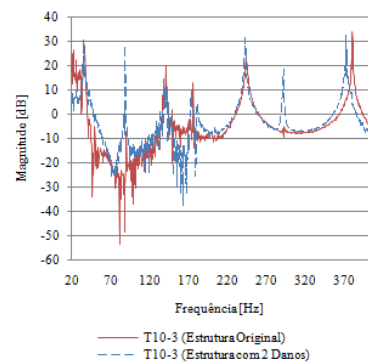


Figura Z.21 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-3}

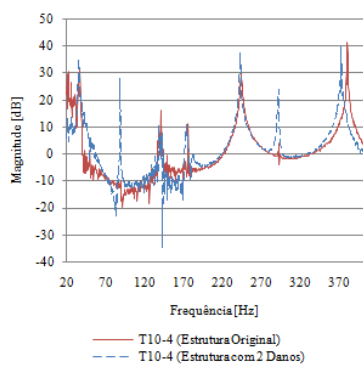


Figura Z.22 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-4}

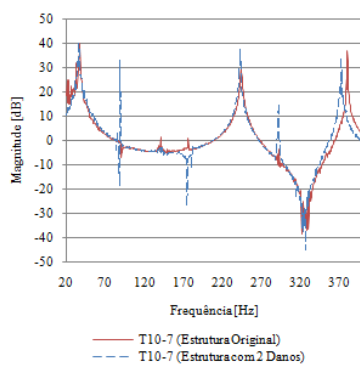


Figura Z.23 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-7}

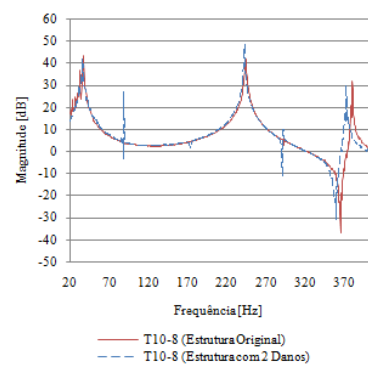


Figura Z.24 – Função de Transmissibilidade
 T_{10-8}

Anexo B

Matriz Global de Receptância para um modelo com 10 GDL é definida por:

$$[H_{i-j}] = \begin{bmatrix} H_{1-1} & H_{1-2} & H_{1-3} & H_{1-4} & H_{1-5} & H_{1-6} & H_{1-7} & H_{1-8} & H_{1-9} & H_{1-10} \\ H_{2-1} & H_{2-2} & H_{2-3} & H_{2-4} & H_{2-5} & H_{2-6} & H_{2-7} & H_{2-8} & H_{2-9} & H_{2-10} \\ H_{3-1} & H_{3-2} & H_{3-3} & H_{3-4} & H_{3-5} & H_{3-6} & H_{3-7} & H_{3-8} & H_{3-9} & H_{3-10} \\ H_{4-1} & H_{4-2} & H_{4-3} & H_{4-4} & H_{4-5} & H_{4-6} & H_{4-7} & H_{4-8} & H_{4-9} & H_{4-10} \\ H_{5-1} & H_{5-2} & H_{5-3} & H_{5-4} & H_{5-5} & H_{5-6} & H_{5-7} & H_{5-8} & H_{5-9} & H_{5-10} \\ H_{6-1} & H_{6-2} & H_{6-3} & H_{6-4} & H_{6-5} & H_{6-6} & H_{6-7} & H_{6-8} & H_{6-9} & H_{6-10} \\ H_{7-1} & H_{7-2} & H_{7-3} & H_{7-4} & H_{7-5} & H_{7-6} & H_{7-7} & H_{7-8} & H_{7-9} & H_{7-10} \\ H_{8-1} & H_{8-2} & H_{8-3} & H_{8-4} & H_{8-5} & H_{8-6} & H_{8-7} & H_{8-8} & H_{8-9} & H_{8-10} \\ H_{9-1} & H_{9-2} & H_{9-3} & H_{9-4} & H_{9-5} & H_{9-6} & H_{9-7} & H_{9-8} & H_{9-9} & H_{9-10} \\ H_{10-1} & H_{10-2} & H_{10-3} & H_{10-4} & H_{10-5} & H_{10-6} & H_{10-7} & H_{10-8} & H_{10-9} & H_{10-10} \end{bmatrix} \quad (i)$$

Matriz Global de Rigidez Dinâmica para um modelo com 10 GDL é definida por:

$$[Z_{i-j}] = \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & Z_{1-3} & Z_{1-4} & Z_{1-5} & Z_{1-6} & Z_{1-7} & Z_{1-8} & Z_{1-9} & Z_{1-10} \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & Z_{2-3} & Z_{2-4} & Z_{2-5} & Z_{2-6} & Z_{2-7} & Z_{2-8} & Z_{2-9} & Z_{2-10} \\ Z_{3-1} & Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & Z_{3-5} & Z_{3-6} & Z_{3-7} & Z_{3-8} & Z_{3-9} & Z_{3-10} \\ Z_{4-1} & Z_{4-2} & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & Z_{4-6} & Z_{4-7} & Z_{4-8} & Z_{4-9} & Z_{4-10} \\ Z_{5-1} & Z_{5-2} & Z_{5-3} & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & Z_{5-7} & Z_{5-8} & Z_{5-9} & Z_{5-10} \\ Z_{6-1} & Z_{6-2} & Z_{6-3} & Z_{6-4} & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & Z_{6-8} & Z_{6-9} & Z_{6-10} \\ Z_{7-1} & Z_{7-2} & Z_{7-3} & Z_{7-4} & Z_{7-5} & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & Z_{7-9} & Z_{7-10} \\ Z_{8-1} & Z_{8-2} & Z_{8-3} & Z_{8-4} & Z_{8-5} & Z_{8-6} & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} & Z_{8-10} \\ Z_{9-1} & Z_{9-2} & Z_{9-3} & Z_{9-4} & Z_{9-5} & Z_{9-6} & Z_{9-7} & Z_{9-8} & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ Z_{10-1} & Z_{10-2} & Z_{10-3} & Z_{10-4} & Z_{10-5} & Z_{10-6} & Z_{10-7} & Z_{10-8} & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (ii)$$

Neste estudo foi considerado um modelo que possui matriz de massa diagonal e matriz de rigidez tridiagonal, logo a matriz de rigidez dinâmica será uma matriz banda em que muitos elementos desta matriz são nulos como é definida na equação seguinte:

$$[Z_{i-j}] = \begin{bmatrix} Z_{1-1} & Z_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{2-1} & Z_{2-2} & Z_{2-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{3-2} & Z_{3-3} & Z_{3-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{4-3} & Z_{4-4} & Z_{4-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{5-4} & Z_{5-5} & Z_{5-6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{6-5} & Z_{6-6} & Z_{6-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{7-6} & Z_{7-7} & Z_{7-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{8-7} & Z_{8-8} & Z_{8-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{9-8} & Z_{9-9} & Z_{9-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{10-9} & Z_{10-10} \end{bmatrix} \quad (iii)$$